О скорости сходимости решений одной ε - аппроксимаций уравнений тепловой конвекции для жидкости Кельвина-Фойгта[1]

Х. Хомпыш
Казахский национальный университет имени аль-Фараби
e-mail: konat_k@mail.ru

Аннотация

В данной работе исследуется корректность одной ε - аппроксимаций начально-краевой задачи тепловой конвекции для жидкости Кельвина-Фойгта . Доказана теорема существования и единственность в целом по времени решение ε - регуляризованной задачи и получены оценки скорости сходимости.

Пусть $\Omega \subset R^m$, $m = 2, 3$ – ограниченная область с гладкой границей $\partial\Omega$ класса C^2. В области $Q_T = \Omega \times (0, T)$ рассматривается система уравнений тепловой конвекции для жидкости Кельвина-Фойгта [1]:

$$\vec{v}_t - \nu\Delta\vec{v} + (\vec{v}\cdot\nabla)\,\vec{v} + \mathrm{grad}p - \chi\Delta\vec{v}_t = \vec{f}\,(x,t) + g\vec{\gamma}\theta,\;\; \vec{\gamma} = (0,0,1)\,, \tag{1}$$

$$\mathrm{div}\vec{v} = 0, \tag{2}$$

$$\theta_t - \lambda\Delta\theta + (\vec{v}\cdot\nabla)\,\theta = q\,(x,t) \tag{3}$$

удовлетворяющий начальным и граничным условиям

$$\vec{v}|_{t=0} = \vec{v}_0\,(x)\,,\, \theta|_{t=0} = \theta_0\,(x)\,, \tag{4}$$

$$\vec{v}_n|_{\partial\Omega} = 0,\, (rot\vec{v}\times n)|_{\partial\Omega} = 0,\, \theta|_{\partial\Omega} = 0. \tag{5}$$

Здесь v_n- нормальная составляющая вектора скорости $\vec{v}(x,t)$, $p(x,t)-$ давление, $\theta(x,t)-$ температура, $\vec{f}(x,t)-$ вектор плотности внешних сил, $g(x,t)-$плотность внешнего теплового потока, ν, λ и χ положительные коэффициенты соответственно вязкости, теплопроводности и релаксации.

Хорошо известно [2]-[3], что при численном решении начально-краевых задач для уравнений движения вязких несжимаемых жидкостей возникают трудности, связанные с удовлетворением уравнению несжимаемости (2). Для преодоления этих трудностей как и в [4-6], предлагается следующая начально-краевая задача с малым параметром $\varepsilon > 0$, аппроксимирующая задачу (1)-(5):

$$\vec{v}_t^\varepsilon - \nu\Delta\vec{v}^\varepsilon + (\vec{v}^\varepsilon\cdot\nabla)\,\vec{v}^\varepsilon - \chi\Delta\vec{v}_t^\varepsilon + \frac{1}{2}\vec{v}^\varepsilon\mathrm{div}\vec{v}^\varepsilon - \frac{1}{\varepsilon}graddiv\vec{\omega}^\varepsilon = \vec{f}\,(x,t) + g\vec{\gamma}\theta^\varepsilon, \tag{6}$$

$$\vec{\omega}_t^\varepsilon = \vec{v}^\varepsilon, \tag{7}$$

[1]Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант № 0696/ГФ, 2012г.-2014г.

$$\theta_t^\varepsilon - \lambda\Delta\theta^\varepsilon + \left(\vec{v}^\varepsilon\cdot\nabla\right)\theta^\varepsilon + \frac{1}{2}\theta^\varepsilon div\vec{v}^\varepsilon = q\left(x,t\right), \tag{8}$$

$$\vec{v}^\varepsilon|_{t=0} = \vec{v}_0\left(x\right),\ \vec{\omega}^\varepsilon|_{t=0} = 0,\ \ \theta^\varepsilon|_{t=0} = \theta_0\left(x\right),\ x\in\Omega, \tag{9}$$

$$\begin{aligned} &\vec{v}_n^\varepsilon \equiv \vec{v}^\varepsilon\cdot n|_{\partial\Omega} = 0,\ (\mathrm{rot}\vec{v}^\varepsilon\times n)|_{\partial\Omega} = 0,\\ &\vec{\omega}^\varepsilon\cdot n|_{\partial\Omega} = 0, (\mathrm{rot}\vec{\omega}^\varepsilon\times n)|_{\partial\Omega} = 0, \theta^\varepsilon|_{\partial\Omega} = 0. \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь уравнение (2) аппроксимировано соотношением [2]:

$$\varepsilon p_t^\varepsilon + \mathrm{div}\vec{v}^\varepsilon = 0, \qquad p^\varepsilon|_{t=0} = p_0, \tag{11}$$

а уравнение (1) следующим уравнением:

$$\vec{v}_t^\varepsilon - \nu\Delta\vec{v}^\varepsilon + \left(\vec{v}^\varepsilon\cdot\nabla\right)\vec{v}^\varepsilon - \chi\Delta\vec{v}_t^\varepsilon + \frac{1}{2}\vec{v}^\varepsilon\mathrm{div}\vec{v}^\varepsilon - \nabla p^\varepsilon = \vec{f}\left(x,t\right) + g\vec{\gamma}\theta^\varepsilon. \tag{12}$$

Очевидно, что возмущенная система (11), (12) после нахождения $p^\varepsilon(x,t)$ из соотношения (11), и введения новой неизвестной функции

$$\omega^\varepsilon \equiv \int_0^t \vec{v}^\varepsilon d\tau$$

сводится к системе (6)-(8).

На протяжении всей работы мы будем использовать следующее обозначения функциональных пространств и нормы принятых в [6-7]:

$$H^{\mathrm{k}}\left(\Omega\right) \equiv W_2^k\left(\Omega\right),\ k = 1, 2...;$$

$$H_n^1\left(\Omega\right) \equiv \left\{u\in H^1\left(\Omega\right):\ \ u_n|_{\partial\Omega} = 0\right\};$$
$$H_n^2\left(\Omega\right) \equiv \left\{u\left(x\right)\in H^2\left(\Omega\right)\cap H_n^1\left(\Omega\right):\ \ (rot\vec{u}\times\vec{n})|_{\partial\Omega} = 0\right\};$$
$$J_{\mathrm{n}}^2\left(\Omega\right) \equiv \left\{u\left(x\right)\in H_n^2\left(\Omega\right):\ \ div\vec{u}\left(x\right) = 0,\ x\in\Omega\right\}.$$

Определение 1. Функции $\vec{v}(x,t)$, $\theta(x,t)$ и $\nabla p(x,t)$ называются сильным решением задачи (1)-(5), если $\vec{v}(x,t)\in W_2^1\left(0,T;J_n^2(\Omega)\right)$, $\nabla p\in L_\infty\left(0,T;L_2\left(\Omega\right)\right)$, $\theta_t(x,t)\in L_2(Q_T)$, $\theta(x,t)\in L_\infty\left(0,T;\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)\right)\cap L_2\left(0,T;\ W_2^2(\Omega)\cap\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)\right)$ и система уравнений (1)-(3) и условия (4) выполняются почти всюду в Q_T.

Определение 2. Тройка функций ($\vec{v}^\varepsilon$, $\vec{\omega}^\varepsilon$, θ^ε) называется сильным решением задачи (6)-(10), если $\vec{v}^\varepsilon(x,t)$, $\vec{\omega}^\varepsilon(x,t)\in W_\infty^1\left(0,T;H_n^2(\Omega)\right)$,
$\theta^\varepsilon(x,t)\in L_\infty\left(0,T;\ \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)\right)\cap L_2\left(0,T;\ W_2^2(\Omega)\cap\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)\right)$, $\theta_t^\varepsilon(x,t)\in L_2(Q_T)$ и удовлетворяют систему уравнений (6)-(8) и начальному условию (9) почти всюду в Q_T.

Для сильного решения начально-краевой задачи (1)-(5) и (6)-(10) имеет место следующая

Теорема 1. Пусть выполнены условия:

$$\vec{v}_0\left(x\right) \in J_n^2\left(\Omega\right), \ \theta_0\left(x\right) \in \overset{0}{W}{}_2^1\left(\Omega\right), \ \ f, \ f_t \in L_2\left(Q_T\right), \ q\left(x,t\right) \in L_2\left(Q_T\right). \tag{13}$$

Тогда начально-краевая задача (6)-(9) для уравнений тепловой конвекции со штрафом (6) при $\forall\varepsilon > 0$ имеет единственное сильное решение $(\vec{v}^{\varepsilon}, \vec{\omega}^{\varepsilon}, \theta^{\varepsilon})$, и для этого решения справедлива оценка

$$\begin{aligned} &\left\|\vec{v}^{\varepsilon}\left(x,t\right)\right\|^2_{W^1_\infty(0,T;H^2(\Omega))} + \left\|\theta^{\varepsilon}\right\|^2_{L_\infty(0,T;\overset{\circ}{W}{}^1_2(\Omega))} + \frac{1}{\varepsilon}\left\|qraddiv\vec{v}^{\varepsilon}\right\|^2_{L_\infty(0,T;L_2(\Omega))} + \left\|\theta^{\varepsilon}_t\right\|^2_{2,Q_T} + \\ &+ \left\|\theta^{\varepsilon}\right\|^2_{L_2(0,T;W^2_2(\Omega)\cap\overset{\circ}{W}{}^1_2(\Omega))} + \frac{1}{\varepsilon^2}\left\|qraddiv\vec{\omega}^{\varepsilon}\right\|^2_{L_\infty(0,T;L_2(\Omega))} \leq C_1 < \infty, \end{aligned} \tag{14}$$

и при $\varepsilon \to 0$, справедливы следующие предельные переходы:

$$\begin{aligned} \vec{v}^{\varepsilon} &\rightharpoonup \vec{v} && \text{в} \quad W^1_\infty\left(0,T;H^2_n\left(\Omega\right)\right), \\ \vec{v}^{\varepsilon} &\longrightarrow \vec{v} && \text{в} \quad W^1_2\left(0,T;H^1_n\left(\Omega\right)\right), \\ \theta^{\varepsilon} &\overset{*}{\rightharpoonup} \theta && \text{в} \quad L_\infty\left(0,T;\overset{0}{W}{}^1_2\left(\Omega\right)\right), \\ \theta^{\varepsilon} &\rightharpoonup \theta && \text{в} \quad L_2\left(0,T;W^2_2\left(\Omega\right)\cap\overset{\circ}{W}{}^1_2\left(\Omega\right)\right), \\ \theta^{\varepsilon}_t &\rightharpoonup \theta_t && \text{в} \quad L_2\left(0,T;L_2\left(\Omega\right)\right), \\ \theta^{\varepsilon} &\longrightarrow \theta && \text{в} \quad L_2\left(0,T;L_2\left(\Omega\right)\right), \\ -\frac{1}{\varepsilon}\mathrm{div}\vec{\omega}^{\varepsilon} &\rightharpoonup p(x,t) && \text{в} \quad L_\infty\left(0,T;H^1\left(\Omega\right)\right), \end{aligned} \tag{15}$$

где тройка предельных функций $(\vec{v}(x,t), \theta(x,t), p(x,t))$ является сильным решением начально-краевой задачи (1)-(5), и для него справедлива оценка

$$\begin{aligned} &\left\|\vec{v}\right\|^2_{W^1_\infty(0,T;H^2_n(\Omega))} + \left\|\theta\right\|^2_{L_\infty\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^1_2(\Omega)\right)} + \left\|\theta_t\right\|^2_{L_2(Q_T)} + \\ &\qquad + \left\|\nabla p\right\|^2_{L_\infty(0,T;L_2(\Omega))} + \left\|\theta\right\|^2_{L_2\left(0,T;W^2_2(\Omega)\cap\overset{\circ}{W}{}^1_2(\Omega)\right)} \leq C_2. \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь постоянные C_1 и C_2 -зависят от данных задач и не зависят от малого параметра ε. Символы $\rightharpoonup$, $\overset{*}{\rightharpoonup}$, $\longrightarrow$ означают соответственно слабое, $*$–слабое и сильное сходимости, а $\left\|\cdot\right\|_{2,\Omega}$ норму в $L_2\left(\Omega\right)$.

Как и для уравнения движения жидкости Кельвина-Фойгта [6]-[7], доказательство теоремы 1 проводится на основе глобальных априорных оценок (14) методом Фаедо-Галёркина. Априорная оценка (14) в свою очередь получается аналогичным образом как и в [5]. Отметим, что в случае $q(x,t) \equiv 0$, существования и единственности решения начально-краевых задач (1)-(5) и (6)-(10) а также сходимости решения доказаны в работах [1], [5], но в этих работах оценки скорости сходимости не исследованы.

Далее получим оценку скорости сходимости сильного решения задачи (1)-(3) к сильному решению исходной задачи (1)-(5), оно является одним из основных результатов данной работы, которая необходима в численном решений.

Теорема 2. Пусть выполняются вся условия в теореме 1. Тогда справедлива следующая оценка скорости сходимости по ε

$$\|\vec{v}\,(x,t)-\vec{v}^{\varepsilon}\,(x,t)\|_{L_\infty(0,T;H^1(\Omega))}+\|\theta\,(x,t)-\theta^{\varepsilon}\,(x,t)\|_{L_\infty(0,T;L_2(\Omega))}+$$
$$\|\vec{v}\,(x,t)-\vec{v}^{\varepsilon}\,(x,t)\|_{L_2(0,T;H^1(\Omega))}+\|\theta\,(x,t)-\theta^{\varepsilon}\,(x,t)\|_{L_2\left(0,T;W_2^1(\Omega)\right)}\leq C_3\varepsilon^{\frac{1}{2}}. \tag{17}$$

Доказательство. Вычитаем из (1) и (3) соответственно (6) и (8). Обозначая через $\vec{V}^{\varepsilon}\,(x,t)=\vec{v}^{\varepsilon}\,(x,t)-\vec{v}\,(x,t)$, $T^{\varepsilon}\,(x,t)=\theta^{\varepsilon}\,(x,t)-\theta\,(x,t)$ их разности и после некоторых преобразований приходим к следующей системе:

$$\vec{V}_t^{\varepsilon}-\nu\Delta\vec{V}^{\varepsilon}-\chi\Delta\vec{V}_t^{\varepsilon}+(\vec{v}^{\varepsilon}\cdot\nabla)\,\vec{V}^{\varepsilon}+\left(\vec{V}^{\varepsilon}\cdot\nabla\right)\vec{v}+\frac{1}{2}\vec{V}^{\varepsilon}\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon}+\frac{1}{2}\vec{v}\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon}=$$
$$=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\mathrm{div}\vec{\omega}^{\varepsilon}+\nabla p+g\vec{\gamma}T^{\varepsilon}\,(x,t)\;,\quad\vec{\gamma}=(0,0,1)\,, \tag{18}$$

$$T_t^{\varepsilon}-\lambda\Delta T^{\varepsilon}+(\vec{v}^{\varepsilon}\cdot\nabla)\,T^{\varepsilon}+\left(\vec{V}^{\varepsilon}\cdot\nabla\right)\theta+\frac{1}{2}T^{\varepsilon}\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon}+\frac{1}{2}\theta\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon}=0. \tag{19}$$

Теперь, умножим (18) и (19) соответственно на функции $\vec{V}^{\varepsilon}$ и T^{ε} скалярно в пространстве $L_2(\Omega)$. Интегрируя по частям некоторые слагаемые с учетом (2) и используя (7), (11) из (18), (19) получим соответственно следующие равенства

$$\frac{d}{2dt}\left(\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2+\chi\left\|\vec{V}_x^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2\right)+\nu\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2=$$
$$\left(\gamma\vec{g}T^{\varepsilon},\vec{V}^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}-\frac{1}{2}\left(\vec{v}\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon},\vec{V}^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}-\left(V_k^{\varepsilon}\vec{v}_{x_k},\vec{V}^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}, \tag{20}$$

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2+\lambda\left\|\nabla T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2=-\frac{1}{2}\left(\theta\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon},T^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}-\left(V_k^{\varepsilon}\theta_{x_k},T^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}. \tag{21}$$

Сложив их, приходим к соотношению

$$\frac{d}{2dt}\left(\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2+\chi\left\|\vec{V}_x^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2+T^{\varepsilon}\right)+\nu\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2+\lambda\left\|\nabla T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^2=\left(\gamma\vec{g}T^{\varepsilon},\vec{V}^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}-$$
$$-\frac{1}{2}\left(\vec{v}\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon},\vec{V}^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}-\left(V_k^{\varepsilon}\vec{v}_{x_k},\vec{V}^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}-\frac{1}{2}\left(\theta\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon},T^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}-\left(V_k^{\varepsilon}\theta_{x_k},T^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}. \tag{22}$$

Далее, с помощью неравенств Коши, Гельдера и Пуанкаре [3]

$$\|\vec{u}\|_{2,\Omega}\leq C(\Omega)\,\|\vec{u}_x\|_{2,\Omega}\,,$$

каждое слагаемое в правой части (22) оцениваются следующим образом:

$$\left|\left(\vec{\gamma}gT^{\varepsilon},\vec{V}^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}\right|\leq\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|\cdot|g|\left\|T^{\varepsilon}\right\|\leq\frac{1}{2}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\frac{|g|^{2}}{2}\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2},$$

$$\left|-\frac{1}{2}\left(\vec{v}\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon},\vec{V}^{\varepsilon}\right)\right|\leq\frac{1}{2}\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\left\|\vec{v}\right\|_{4,\Omega}\left\|\mathrm{div}\tilde{\mathrm{v}}^{\varepsilon}\right\|_{4,\Omega}\leq\frac{C^{2}(\Omega)}{2}\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\left\|\nabla\vec{v}\right\|_{2,\Omega}\left\|\nabla\mathrm{div}\tilde{\mathrm{v}}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\leq$$

$$\frac{C^{2}(\Omega)}{2}\sqrt{C_{2}}\sqrt{\varepsilon}\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\left\|\vec{v_{x}}\right\|_{2,\Omega}\leq\frac{1}{2}\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\frac{\varepsilon}{4}C_{2}C^{4}(\Omega)\left\|\vec{v_{x}}\right\|_{2,\Omega}^{2},$$

$$\left|-\left(V_{k}^{\varepsilon}\vec{v}_{x_{k}},\vec{V}^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}\right|\leq\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{4,\Omega}^{2}\left\|\nabla\vec{v_{x}}\right\|_{2,\Omega}\leq C(\Omega)\left\|\vec{v}_{x}\right\|_{2,\Omega}\left\|\vec{V}_{x}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2},$$

$$\left|-\frac{1}{2}\left(\theta\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon},T^{\varepsilon}\right)\right|\leq\frac{1}{2}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\left\|\theta\right\|_{4,\Omega}\left\|\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon}\right\|_{4,\Omega}\leq\frac{C^{2}(\Omega)}{2}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\left\|\nabla\theta\right\|_{2,\Omega}\left\|\nabla\mathrm{div}\vec{v}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\leq$$

$$\frac{C^{2}(\Omega)}{2}\sqrt{C_{2}\varepsilon}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\left\|\theta_{x}\right\|_{2,\Omega}\leq\frac{1}{2}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\frac{\varepsilon}{4}C_{2}C^{4}(\Omega)\left\|\theta_{x}\right\|_{2,\Omega}^{2},$$

$$\left|-\left(V_{k}^{\varepsilon}\theta_{x_{k}},T^{\varepsilon}\right)_{2,\Omega}\right|\leq\left\|\nabla\theta\right\|_{2,\Omega}\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{3,\Omega}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{6,\Omega}\leq$$

$$\sqrt[4]{48}\sqrt{C(\Omega)}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\left\|\nabla\theta\right\|_{2,\Omega}\left\|\vec{V_{x}}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}\leq\frac{\lambda}{2}\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\frac{2\sqrt{3}}{\lambda}C(\Omega)\left\|\theta_{x}\right\|_{2,\Omega}^{2}\left\|\vec{V_{x}}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}.$$

Поставляя полученных оценок в (22), приходим к неравенству

$$\frac{d}{dt}\left(\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\chi\left\|\vec{V}_{x}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}\right)+2\nu\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\lambda\left\|\nabla T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}\leq$$

$$C_{4}\left(\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\chi\left\|\vec{V}_{x}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}\right)+C_{5}\cdot\varepsilon \tag{23}$$

где $C_{4}(t)=2\max\left\{1,\frac{1}{2}\left(|g|^{2}+1\right),\frac{C(\Omega)}{\chi}\left(\left\|\vec{v_{x}}\right\|+\frac{2\sqrt{3}}{\lambda}\left\|\theta_{x}\right\|^{2}\right)\right\}$,
$C_{5}(t)=\frac{C_{2}}{2}C^{4}(\Omega)\left(\left\|\vec{v_{x}}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\left\|\theta_{x}\right\|_{2,\Omega}^{2}\right)$.

Откуда в силу леммы Грануола [3], получим нужную оценку

$$\max_{t\in(0,T)}\left(\left\|\vec{V}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\chi\left\|\vec{V}_{x}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\left\|T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}\right)+\nu\left\|\vec{V_{x}}^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}+\lambda\left\|\nabla T^{\varepsilon}\right\|_{2,\Omega}^{2}\leq C_{6}\varepsilon.$$

Теорема доказано.

Список литературы

[1] *Хомпыш Х.* Разрешимость начально-краевой задачи тепловой конвекции с условием проскальзывания для уравнений жидкости Кельвина-Фойгта // Вестник КазНТУ им. К.И. Сатпаева, научный журнал. –Алматы. –2010. -№2(78). –С. 178-182.

[2] *Темам Р.* Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ. –М.: Мир, –1981. –408 с.

[3] *Ладыженская О.А.* Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. – М.: Наука, – 1970. – 288 с.

[4] *Смагулов Ш.С.* Малые параметры некоторой модели гидродинамики // Вестник КазГУ им. аль-Фараби. Серия физика, математика, информатика. –Алматы. –1996. –Т. 4. – С. 171-177.

[5] *Сахаев Ш.С., Хомпыш Х.* Разрешимость одной начально-краевой задачи ε - аппроксимаций для модифицированных уравнений тепловой конвекции // Вестник КазНПУ им. Абая. Серия физико - математических наук. –Алматы. –2009. –№4(28). – С. 167-171.

[6] *Kotsiolis A.A., Oskolkov A.P.* The initial-boundary value problem with a free surface condition for the ε -approximations of the Navier-Stokes equations and some their regularizations // Записки научных семинаров ПОМИ. –1993. –Т. 205. –С. 38-70.

[7] *Осколков А.П.* Нелокальные проблемы для уравнений жидкостей Кельвина-Фойгта и их ε -аппроксимаций // Записки научных семинаров ПОМИ. –1995. – Т. 221. – С. 185-207.

Kh. Khompysh, About the rate of convergence of solution of the one ε –regularized problem of heat convection for the Kelvin-Voight fluids, The Bulletin of KazNU, ser. math., mech., inf. 2012, №1(72), 79 – 84

In this paper one of correct ε -approximation of the system of equations of heat convection for the Kelvin-Voight fluids is investigated. The existence and uniqueness of a strong solution of $\varepsilon-$ regularized problem and it is convergence to the strong solution of the initial problem as $\varepsilon \mapsto 0$ are proofed. The estimates for the rate of convergence of solution are obtained.

Х. Хомпыш, Келвин-Фойгт сұйығы үшін жылу конвекция теңдеулерінің бір $\varepsilon-$жуықтау есебі шешімінің жинақталу жылдамдығы туралы ҚазҰУ хабаршысы, мат., мех., инф. сериясы 2012, №1(72), 79 – 84

Бұл жұмыста Кельвин-Фойгт сұйығы үшін жылу конвекция теңдеулер жүйесінің бір қисынды ε–жуықтауы зерттелінді. $\varepsilon-$регуляризацияланған есептің шешімінің бар және жалғыздығы дәлелденіп $\varepsilon \mapsto 0$ кезде оның бастапқы есептің шешіміне жинақтылығы көрсетілді. Шешімнің жинақталу жылдамдығына бағалаулар алынды.