УДК 517.958:532.5; 519.62

Исахов А.А.
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы
e-mail: aliisahov@mail.ru

Прямое численное моделирование (DNS) турбулентных течений с использованием параллельных технологии[1]

В работе представлен алгоритм, основанный на методе расщепления по физическим параметрам, который эффективно решает уравнения Навье - Стокса для несжимаемой жидкости в интегральной форме, которые аппроксимируются с помощью метода конечных объемов с использованием параллельных технологии MPI.

Ключевые слова: уравнения Навье-Стокса, турбулентное течение, численное моделирование.

На сегодняшний день турбулентность остается одним из приоритетных направлений науки и одним из наиболее сложных объектов исследования аэро- и гидромеханики. За более чем столетнюю историю ее изучения было предложено много различных методов и подходов, которые представляли перспективные направления соответствующего периода времени. Появляются все новые подходы к ее изучению, растет число моделей и подходов, предлагаемых для лучшего понимания ее свойств, а также механизмов ее возникновения и существования. Необходимость исследования турбулентных течений объясняется тем, что они являются преобладающей формой движения, как в природе, так и в технике. Присутствие турбулентности в технических устройствах оказывает сильное влияние на работоспособность, долговечность и другие важные характеристики конструкций. Поэтому изучение нестационарных явлений, характерных для турбулентных течений может объяснить процессы, происходящие в них, и во многом облегчить работы по созданию новых устройств. [10,13] Существует большое количество подходов к моделированию турбулентности. Один из наиболее известных подходов - это использование полуэмпирических моделей, которые основаны на использовании гипотезы Рейнольдса о локальном осреднении по времени гидромеханических параметров течения. Данные модели используют для замыкания решаемой системы уравнений различные алгебраические или дифференциальные модели турбулентной вязкости, содержащие ряд эмпирических констант, значениями которых приходится варьировать в каждом конкретном случае. Большой объем численных исследований, проведенных с использованием такого подхода, позволил существенно уточнить картину протекающих процессов в турбулентном потоке. Данные модели турбулентности продолжают

[1]Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант № 0694/ГФ, 2012г.-2014г.

развиваться и в настоящее время. В последнее время для расчета турбулентных течений интенсивно используется LES (Large Eddy Simulation) моделирование - моделирование больших вихрей. Идея данного метода заключается в том, чтобы произвести расчет трехмерного нестационарного крупномасштабного турбулентного течения с использованием процедуры пространственного фильтрования, которая выделяет крупные вихревые образования. Данный подход не учитывает влияние мелкомасштабной турбулентности на картину течения, поэтому его часто применяют вместе с подсеточной моделью турбулентности (Sub Grid Scale model). [3] Одним из приоритетных на сегодняшний день направлений расчета турбулентных течений является численное моделирование, основанное на построении разностных методов расчета. Значительное место в современных исследованиях занимает прямое численное моделирование (DNS), то есть моделирование прямыми трёхмерными расчётами по программам, решающим уравнения Навье - Стокса, без использования каких-либо специальных моделей турбулентности. Сложность прямого численного моделирования обусловлена, прежде всего, тем, что нестационарные турбулентные течения характеризуются широким диапазоном пространственных и временных масштабов. Поэтому для проведения расчетов требуется высокопроизводительная вычислительная система и эффективный численный метод, позволяющий получать достоверные численные результаты. При этом следует отметить, что методы, имеющие низкий порядок аппроксимации пространственных производных обладают значительной схемной диссипацией и для получения достоверных результатов с помощью таких схем требуется измельчение разностной сетки и как следствие увеличение машинных и временных затрат. Данная работа посвящена исследованию прямого численного моделирования с использованием метода контрольного объема. В задачах турбулентности нужно построить нерегулярную сетку для того, чтобы исследовать области с большими градиентами. Для прямого численного моделирования турбулентности более эффективным оказался подход с использованием аппроксимации расчетных областей различными структурами регулярных и нерегулярных сеток, аппроксимация которых позволяет более просто проводить сгущение расчетных ячеек в отдельных подобластях с большими градиентами. В таком случае исходные уравнения удобнее выбрать в интегральной форме и аппроксимировать их на расчетной сетке, состоящей из ячеек различной формы. Аппроксимация уравнений в интегральной форме на регулярных и не регулярных сетках предпочтительнее. Аппроксимация исходных уравнений в интегральной форме на основе метода конечного объема [3,9] приводит к системе линейных и нелинейных алгебраических уравнений [6, 10, 13].

1 Постановка задачи

Представим уравнения Навье - Стокса в виде интегральных законов сохранения для произвольного фиксированного объема Ω с границей $d\Omega$:[1,2,3,4,5,11,12]

$$\int_\Omega \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \frac{\partial G_i}{\partial x_i} - B\right) d\Omega = 0 \tag{1}$$

где

$$U = \begin{pmatrix} 0 \\ v_j \end{pmatrix} \quad F_i = \begin{pmatrix} v_i \\ v_i v_j + p\delta_{ij} \end{pmatrix} \quad G_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ F_j \end{pmatrix}$$

Уравнения (1) можно записать в таком виде

$$\int_{\Omega}\left(\frac{\partial U}{\partial t}-B\right)d\Omega+\oint_{\partial\Omega}(F_i+G_i)n_i d\Gamma=0 \tag{2}$$

В нашем случае B=0 и уравнения (2) придет такому виду

$$\int_{\Omega}\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)d\Omega+\oint_{\partial\Omega}(F_i+G_i)n_i d\Gamma=0 \tag{3}$$

Сеточные функции будут определяться в центре ячейки, а значение потоков через границу в дробных ячейках. Объем ячейки обозначим через сеточные функции. Теперь произведем дискретизацию уравнения (3) по контрольному объему (CV) и контрольной поверхности (CS)

$$\sum_{CV}(\frac{\Delta U}{\Delta t})\Delta\Omega+\sum_{CS}(F_i+G_i)n_i\Delta\Gamma=0 \tag{4}$$

или можно написать

$$\sum_{CV}\Delta U\Delta\Omega+\sum_{CS}\Delta t(F_i+G_i)n_i\Delta\Gamma=0 \tag{5}$$

2 Численный алгоритм

Для решения уравнения (5) используется схема расщепления по физическим параметрам. На первом этапе предполагается, что перенос количества движения осуществляется только за счет конвекции и диффузии. Промежуточное поле скорости находится 5-шаговом методом Рунге - Кутта. [3] На втором этапе, по найденному промежуточному полю скорости, находится поле давления. Уравнение Пуассона для поля давления решается методом Якоби [2,3,12]. На третьем этапе предполагается, что перенос осуществляется только за счет градиента давления. Алгоритм задачи распараллелен на высокопроизводительной системе с помощью 2D декомпозиции области. [7,8,14,15]

$$I)\int_{\Omega}\frac{\vec{u}^{*}-\vec{u}^{n}}{\tau}d\Omega=-\oint_{\partial\Omega}(\nabla\vec{u}^{n}\,\vec{u}^{*}-\nu\Delta\vec{u}^{*})n_i d\Gamma$$

$$II)\oint_{\partial\Omega}(\Delta p)d\Gamma=\int_{\Omega}\frac{\nabla\vec{u}^{*}}{\tau}d\Omega$$

$$III)\frac{\vec{u}^{n+1}-\vec{u}^{*}}{\tau}=-\nabla p.$$

3 Установка расчетной сетки

Сетка является нерегулярной и регулярной. На рисунке 1 изображен двухмерный вид сетки, а на рисунке 3 изображен трехмерный вид сетки

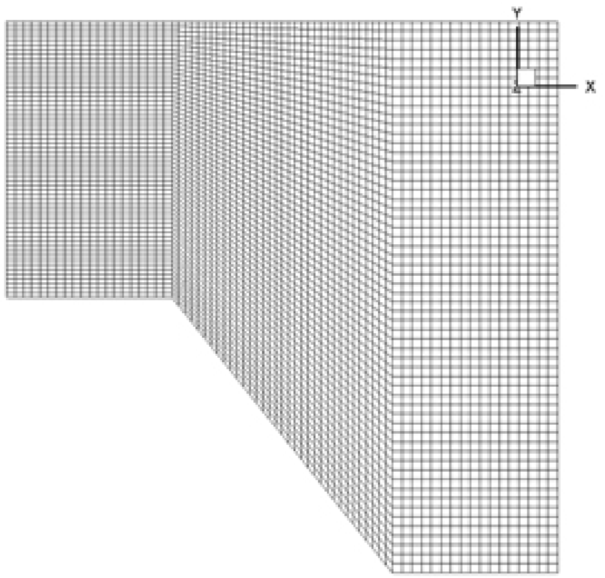


Рис. 1: Двухмерный вид сетки

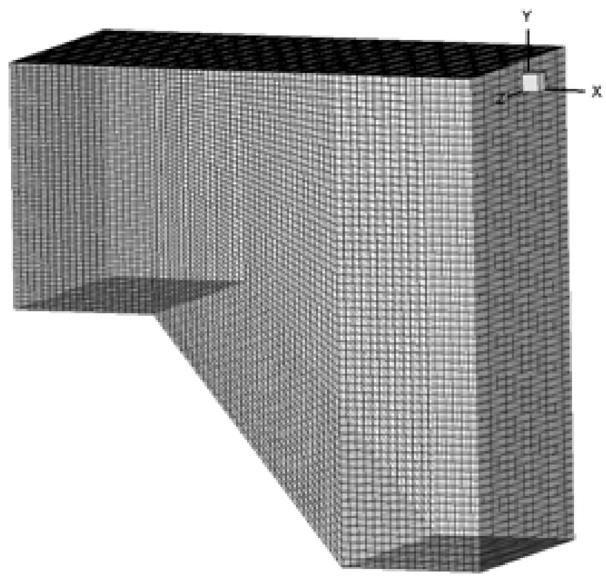
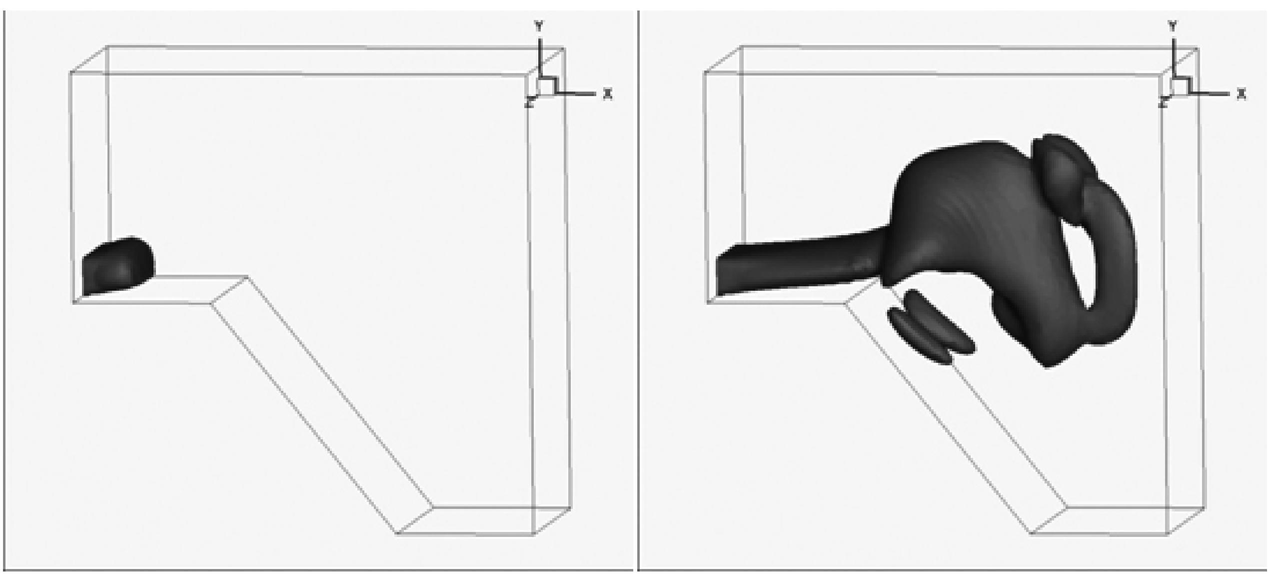


Рис. 2: Трехмерный вид сетки

4 Результаты

Для решения задач были заданы начальные и граничные условия. В расчетах использовалась сетка размерами 72x60x41. На рисунке 3 изображены изоповерхности распределения кинетической энергии в различные моменты времени. Полученные результаты показывают, что кинетическая энергия распространяется на большую площадь, не смотря на то, что число Рейнольдса очень маленькое (Re=500). Со временем динамическое поле затухает, а поле энергии переходит в стационарное состояние.



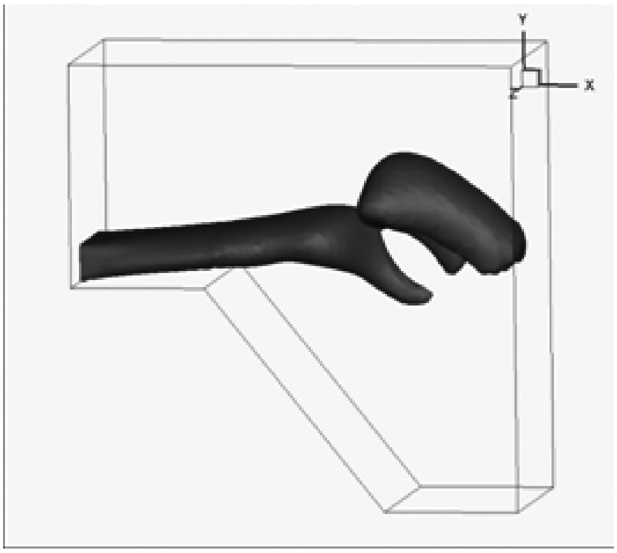


Рис.3 Изоповерхности распределения кинетической энергии в различные моменты времени

Таким образом, используя прямое численное моделирование можно обхватить большой спектр вихрей.

Список литературы

[1] *Anderson, J.D., Jr.* Computational Fluid Dynamics. – New York: McGraw-Hill, 1995. - 574 p.

[2] *Anderson D.A., Tannehil J.C. and Pletcher R.H.* // Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. – New York: McGraw-Hill, 1984. - 814 p.

[3] *Chung T.J.* Computational Fluid Dynamics. – Cambridge university press, 2002. - 1056 p.

[4] *Fletcher C.A.* Computational Techniques for Fluid Dynaimics. - Berlin: Springer-Verlag, 1988. - Vol.1. - 493 p.

[5] *Fletcher C.A.* Computational Techniques for Fluid Dynaimics. - Berlin: Springer-Verlag, 1988. - Vol.2. - 553 p.

[6] *Hinze J.O.* Turbulence. An introduction to its mechanism and theory. – New York: McGraw-Hill, 1959. - 790 p.

[7] *Karniadakis G. E.* Parallel Scientific Computing in C++ and MPI. – Cambridge University Press, 2000. - 630 p.

[8] *Pacheco P.* Parallel Programming with MPI. – Morgan Kaufmann, 1996. - 500 p.

[9] *Peyret R., Taylor D. Th.* Computational Methods for Fluid Flow. – New York: Berlin: Springer-Verlag, 1983. - 358 p.

[10] *Pope S. B.* Turbulent Flows. – Cambridge University Press, 2000. - 806 p.

[11] *Roache P.J.* Computational Fluid Dynamics, Albuquerque. – NM: Hermosa Publications, 1972. - 446 p.

[12] *Tannehill J.C., Anderson D.A., and Pletcher R.H.* Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. – New York: McGraw-Hill, 1997. - 816 p.

[13] *Tennekes H., Lumley J.L.* A first course in turbulence. – The MIT Press, 1972. - 300 p.

[14] *Issakhov A.* Large eddy simulation of turbulent mixing by using 3D decomposition method // J. Phys. – 2011. - Issue 4, Conf. Ser. 318 042051. - 2011.

[15] *Issakhov A., Zhumagulov B.* Parallel implementation of numerical methods for solving turbulent flows // Вестник НИА РК. - 2012. - № 1(43). - С.12-24.

Issakhov A.A. Direct numerical simulation (DNS) of turbulent flows by using parallel technology.
This work presents an algorithm based on the method of splitting by physical parameters, which effectively solves the Navier - Stokes equations for an incompressible fluid in integral form, which can be approximated using the finite volume method by using parallel technology MPI.

Исахов А.А. Параллельдік технологияны пайдаланып турбуленттік агысты тура сандық пішіндеу (DNS) .
Бұл жұмыста физикалық параметрге байланысты бөлшектеу әдісінің алгоритмі қарастырылған, ол интегралды түрдегі сығылмайтын орта үшін Навье - Стокс теңдеуін параллельді технологиясың пайдалану арқылы көлем әдісі тиімді шешілді.