

УДК 533; 532.517.4; 536.46:533.6; 534.222.2

Е.К. БЕЛЯЕВ¹, А. Ж. НАЙМАНОВА², А. КАЛТАЕВ³

^{1 3} *Қазақстан Республикасының Ұлттық Ақпараттық Агенттігі, Механика-математикалық факультеті, Механика лабораториясы*

¹ *e-mail: yerzhan.belyayev@gmail.com*

³ *e-mail: aidarkhan.kaltayev@kaznu.kz*

² *Институт математики и математического моделирования МОН РК, лаборатория математической физики и моделирования*

² *e-mail: ked@math.kz*

Численное исследование сверхзвукового потока воздуха с перпендикулярным вдувом газовой струи в плоском канале¹

В работе рассмотрено численное исследование сверхзвукового турбулентного потока с перпендикулярным вдувом струи гелия. Алгоритм численного решения основан на ENO схеме третьего порядка точности. Исследовано влияние моделей турбулентности $k - \varepsilon$, $k - \varepsilon$ с сжимаемостью и Болдуина-Ломакса на ударно-волновую структуру течения, сверхзвуковую и дозвуковую зоны потока, на образование вихревой (рециркуляционной) структуры в дозвуковой зоне потока вблизи стенки перед струей и за ней. Также исследовано влияние геометрии и параметров потока на длину отрывной зоны потока вблизи стенки и глубину проникновения струи. Получено количественное и качественное согласование результатов расчета с экспериментальными данными Крамера и Роджерса, в частности по давлению на стенке.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, струя гелия, турбулентность, $k-\varepsilon$ модель, Болдуина-Ломакса модель, ENO схема.

Е.К. БЕЛЯЕВ, А.Ж. НАЙМАНОВА, А. ҚАЛТАЕВ

Дыбыс жылдамдығынан жоғары ауа ағынының перпендикулярлы бағытта үрленетін газды ағыншамен байланысын жазық каналда сандық түрде зерттеу

Осы жұмыста дыбыс жылдамдығынан жоғары турбулентті ағынның перпендикуляр бағытта үрленетін гелий ағыншасымен байланысының сандық зерттеуі қарастырылған. Сандық шешімінің алгоритмі үшінші ретті дәлдікпен аппроксимацияланатын ENO схемаға негізделген. $k - \varepsilon$ және сығылғыштықты ескеретін $k - \varepsilon$, Болдуин-Ломакс модельдерінің соқпа толқынды құрылымға, ағынның дыбыс жылдамдығынан жоғары және төмен аймақтарына, ағынның қабырға маңындағы ағыншаға дейінгі және ағыншадан кейінгі дыбыс жылдамдығынан төмен аймақтардағы құйыңды (рециркуляциялы) құрылымның пайда болуына әсері зерттелінген. Сонымен қатар геометрия мен ағынның

¹Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант № 0716/ГФ, 2012г.-2014г.

параметрлерінің қабырға маңындағы ағынның бөлініп кетуі ұзындығына және ағыншаның кіру тереңдігіне әсері зерттелінген. Алынған сандық нәтижелердің Крамер мен Роджерстің эксперименталды мағұлыматтарымен, соның ішінде қабырғадағы қысыммен сандық және сапалық сәйкестігі көрсетілген.

ҮЕ. BELYAYEV, А. NAIMANOVA, А. KALTAYEV

Numerical investigation of supersonic air flow with perpendicular injection of a gas jet in a plane channel

Numerical investigation of supersonic turbulent flow with perpendicular injection of helium jet is considered. The algorithm of numerical solution is based on the third order of accuracy ENO scheme. The influence of $k - \varepsilon$ model, $k - \varepsilon$ with compressibility and Baldwin-Lomax's model on shock wave structure of the flow, supersonic and subsonic zones, on formation of vortex (recirculation) structure in the subsonic zone near wall before and after the jet are investigated. Also, the geometry and flow parameters influence on the separation region near the wall and on the penetration depth of the jet are investigated. The quantitative and qualitative agreement of numerical results with Kramer and Rogers experimental data, particularly, the pressure on the wall was obtained.

Физическая постановка задачи. Численное исследование перпендикулярного вдува струй в сверхзвуковом потоке было проведено многими исследователями. На практике проблема взаимодействия газовой струи со сверхзвуковым потоком является основным в моделировании сверхзвуковых камер сгорания. Поле течения в такого рода установках очень сложна: турбулентное перемешивание топлива с окислителем, химические реакции, ударные волны, отрывная зона перед струей и за ней. Одной из важных проблем в правильном физическом описании и в численной реализации таких задач является моделирование турбулентности, а именно, определение влияния турбулентности на ударно-волновую структуру течения, на сверхзвуковую и дозвуковую области потока. В уравнениях Навье-Стокса для $k - \varepsilon$ модели турбулентности Джонса-Лаундера присутствуют члены малых чисел Рейнольдса для дозвуковой зоны в пограничном слое вблизи стенки, и корректировка на сжимаемость в уравнение для кинетической энергии турбулентности для сверхзвуковой зоны при больших числах Рейнольдса. Исследуемая область взята из эксперимента Крамера и Роджерса, подробно изложенного в работе Вайднера и Драммонда [1]. В этом эксперименте через щель шириной 0,0559 см вдувался со скоростью звука гелий в поток воздуха в канале прямоугольного сечения. Высота канала равнялась 7,62 см, а его длина - 25,4 см. Щель располагалась на расстоянии 17,8 см от входного сечения в канал. Течение в канале всюду было турбулентным. Схема течения приведена на рисунке 1.

Обычное двумерное течение, генерируемое поперечной звуковой струей приведена на рисунке 2. Недорасширенный газ вдувается перпендикулярно, проникая в турбулентном пограничном слое, создает систему ударных волн и рециркуляционных (вихревых) областей перед струей и за ней.

В невязкой области течения перед струей головной скачок уплотнения, индуцированный струей, обусловлен блокировкой потока, и как следствие большие градиенты давления вызывают отрыв пограничного слоя. В области перед струей образуются первичный и вторичный вращающиеся вихри. Для некоторых случаев было выявлено образование

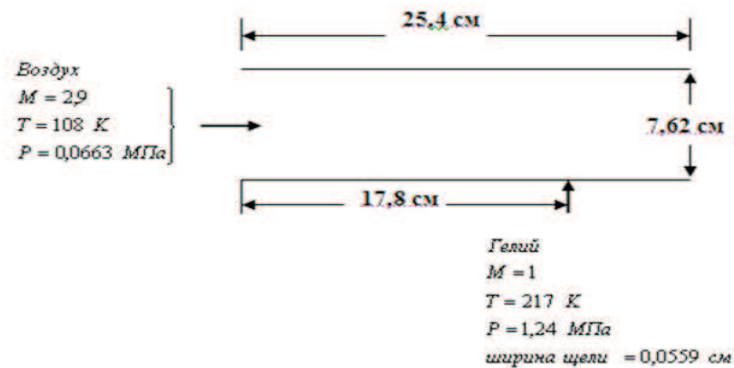


Рисунок 1 - Схема течения

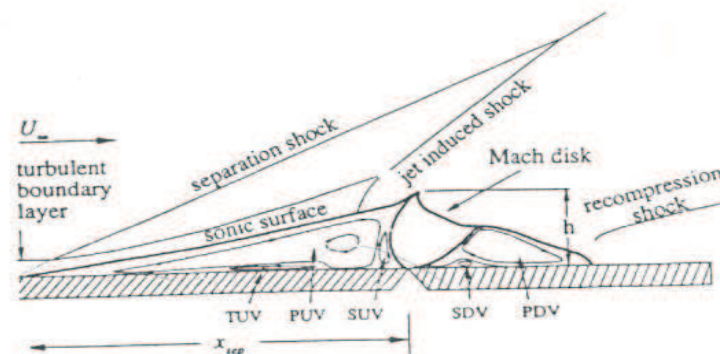


Рисунок 2 - Схема течения с системой ударных волн и рециркуляционных областей

третичного вихря, который формируется между поверхностью пластины и первичным вихрем [2]. Перемещения вихрей в пограничном слое вызывают ударную волну разделения (separation shock) с образованием рециркуляционной зоны перед струей. Между ударной волной разделения (separation shock) и рециркуляционной зоной есть звуковая поверхность (sonic surface), на которой характеристики потока аналогичны сжатому уклону (compression ramp) в сверхзвуковом потоке. При выходе из щели струя расширяется с быстрым уменьшением локального давления. Это приводит к прямому скачку (normal shock), таким образом, звуковая поверхность и диск Маха образуют форму вдуваемой струи (jet plume). За струей поток становится параллельным к поверхности пластины, образуя слабый скачок (recompression shock) и соответствующие отрывную, рециркуляционные зоны с вращающимися первичным и вторичным вихрями.

1. Математическая модель

Двумерная система уравнений Навье-Стокса осредненная по Фавру для многокомпонентной газовой смеси с химическими реакциями в векторной форме имеет следующий вид

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial (\vec{E} - \vec{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\vec{F} - \vec{F}_v)}{\partial z} = \vec{W}, \quad (1)$$

где векторы зависимых переменных и вектора потока определяются

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho w \\ E_t \\ \rho Y_k \\ \rho k \\ \rho \varepsilon \end{pmatrix}, \quad \vec{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho u w \\ (E_t + P) u \\ \rho u Y_k \\ \rho u k \\ \rho u \varepsilon \end{pmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w w \\ \rho w^2 + P \\ (E_t + P) w \\ \rho w Y_k \\ \rho w k \\ \rho w \varepsilon \end{pmatrix},$$

$$\vec{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + u\tau_{xz} - q_x \\ J_{kx} \\ \frac{1}{Re}(\mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x} \\ \frac{1}{Re}(\mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{zz} \\ w\tau_{xz} + w\tau_{zz} - q_z \\ J_{kz} \\ \frac{1}{Re}(\mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial z} \\ \frac{1}{Re}(\mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \end{pmatrix},$$

$$p = \frac{\rho T}{\gamma_\infty M_\infty^2 W}, \quad W = \left(\sum_{k=1}^N \frac{Y_k}{W_k}\right)^{-1}, \quad \sum_{k=1}^N Y_k = 1,$$

$$E_t = \frac{\rho h}{\gamma_\infty M_\infty^2} - p + \frac{1}{2}\rho(u^2 + w^2), \quad h = \sum_{k=1}^N Y_k h_k, \quad h_k = h_k^0 + \int_{T_0}^T c_{pk} dT,$$

$$c_{pk} = C_{pk}/W, \quad C_{pk} = \sum_{i=1}^5 a_{ki} \bar{T}^{i-1}, \quad a_{jk} = a_{jk} T_\infty^{j-1},$$

где удельная теплоемкость C_{pk} определяется через полином четвертой степени в зависимости от температуры. Вектор правой части уравнения (1) имеет вид

$$\vec{W} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ W_k \cdot \omega_k \\ P_k - \rho \varepsilon (1 + M_t^2) + D \\ C_{\varepsilon 1} P_k \varepsilon / k - C_{\varepsilon 2} f_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon^2 / k + E_\varepsilon \end{pmatrix},$$

где $\tau_{xx}, \tau_{zz}, \tau_{xz} = \tau_{zx}$ - тензора касательных напряжений, q_x, q_z, J_{xk}, J_{zk} - потоки тепла и массы; P_k - генерация турбулентности, M_t - турбулентное число Маха, D, E_ε - члены малых чисел Рейнольдса, Y_k - массовая концентрация k -й компоненты, ω_k - скорость

химических реакций, W_k - молекулярные веса компонент $k = 1...N$, где N - число компонент в газовой смеси.

Коэффициент динамической вязкости представляется в виде суммы μ_l - молекулярной вязкости и μ_t - турбулентной вязкости:

$$\mu = \mu_l + \mu_t. \quad (2)$$

Молекулярная вязкость смеси находится из формулы Уилке [7, с.18]. Коэффициент турбулентной вязкости μ_t определяется в соответствии с двухпараметрической моделью турбулентности $k - \varepsilon$ согласно формуле

$$\mu_t = C_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon}, C_\mu = 0.09.$$

Система уравнений (1) записана в консервативной, безразмерной форме. Характерными параметрами для обезразмеривания взяты входные параметры (∞), давление и полная энергия обезразмеривается на $\rho_\infty u_\infty^2$, энтальпия на $R_0 T_\infty / W_\infty$, молярные удельные теплоемкости на R_0 , кинетическая энергия турбулентности k на u_∞^2 , диссипация кинетической энергии турбулентности ε на u_∞^3 / h и геометрические размеры на ширину щели h .

Граничные условия:

На входе $x = 0$, $0 \leq z \leq H$

$$W_k = W_{k\infty}, \quad p = p_\infty, \quad T = T_\infty, \quad u = M_\infty \sqrt{\frac{\gamma_\infty R_0 T_\infty}{W_\infty}}, \quad w = 0, \quad Y_k = Y_{k\infty},$$

$$k = k_\infty, \quad k_\infty = \frac{\mu_t P_k}{\rho Re \sqrt{C_\mu f_\mu}}, \quad \varepsilon = \varepsilon_\infty, \quad \varepsilon_\infty = C_\mu f_\mu Re \left(\frac{\rho k^2}{\mu_t} \right),$$

$$C_\mu = 0.09, \quad f_\mu = \exp\left(\frac{-3.4}{(1 + 0.02 Re_t)^2}\right),$$

μ_t - турбулентная вязкость определяется моделью Болдуина-Ломакса.

В струе $z = 0$, $L_b \leq z \leq L_b + h$

$$W_k = W_{k0}, \quad p = np_\infty, \quad T = T_0, \quad w = M_0 \sqrt{\frac{\gamma_0 R_0 T_0}{W_0}}, \quad u = 0, \quad Y_k = Y_{k0},$$

$$k = k_0, \quad k_0 = \frac{3w^2 T_i}{2}, \quad \varepsilon = \varepsilon_0, \quad \varepsilon_0 = \frac{\rho_0 k_0^2}{53.56 \mu_l},$$

T_i - интенсивность турбулентности.

($n = p_0/p_\infty$ - параметр нерасчетности, p_0 - давление в струе, p_∞ - давление потока); на нижней стенке условие прилипания, для температуры взяты условия адиабатической и постоянной стенки; на верхней границе ставится условие симметрии, на выходе граничные условия неотражения.

2. Метод решения

Численное решение уравнения (1) представляется в двух этапах. На первом этапе вычисляются газодинамические параметры и на втором массовые концентрации. Аппроксимация конвективных членов представляется ENO-схемой третьего порядка точности. ENO-схема строится на основе метода Годунова, где кусочно-постоянная полиномиальная функция определяется полиномом Ньютона третьей степени. Для аппроксимации диффузионных членов взяты центрально-разностные схемы второго порядка точности. Для системы конечно-разностных уравнений были использованы явный и неявный алгоритмы решения. Для вычисления матрицы Якоби давление определяется введением эффективного показателя адиабаты газовой смеси. Уравнения Навье-Стокса для компонент вычисляются скалярной прогонкой с использованием ENO-схемы. Температура определяется с помощью итерационной формулы Ньютона-Рафсона.

Реализация ENO-схемы для системы двумерных уравнений (1) в обобщенных координатах будет

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + (A^+ + A^-) \frac{\partial E^m}{\partial \xi} + (B^+ + B^-) \frac{\partial F^m}{\partial \eta} - \left(\frac{\partial(\tilde{E}_{\nu 1} + \tilde{E}_{\nu m})}{\partial \xi} + \frac{\partial(\tilde{F}_{\nu 2} + \tilde{F}_{\nu m})}{\partial \eta} \right) = 0, \quad (3)$$

где $E^m = \tilde{E} + E_\xi + D_\xi$, $F^m = \tilde{F} + E_\eta + D_\eta$ - модифицированные векторы.

Одношаговая конечно-разностная схема для интегрирования по времени будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{U}^{n+1} + \Delta t \left((A^+ + A^-) \frac{\partial(\tilde{E}^{n+1} + (E_\xi + D_\xi)^n)}{\partial \xi} + (B^+ + B^-) \frac{\partial(\tilde{F}^{n+1} + (E_\eta + D_\eta)^n)}{\partial \eta} - \right. \\ \left. - \left(\frac{\partial(\tilde{E}_{\nu 2} + \tilde{E}_{\nu m})^{n+1}}{\partial \xi} - \frac{\partial(\tilde{F}_{\nu 2} + \tilde{F}_{\nu m})^{n+1}}{\partial \eta} \right) \right) = o(1/2\Delta t^2). \end{aligned}$$

Неявный алгоритм решения системы уравнений (3) запишется:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{U}_t^{n+1} + \Delta t \left((A^+ + A^-) \frac{\partial}{\partial \xi} (A_\xi^n \tilde{U}^{n+1}) - \frac{\partial \tilde{E}_{\nu 21}^{n+1}}{\partial \xi} + (B^+ + B^-) \frac{\partial}{\partial \eta} (B_\eta^n \tilde{U}^{n+1}) - \frac{\partial \tilde{F}_{\nu 21}^{n+1}}{\partial \eta} \right) = \\ = \tilde{U}^n + \Delta t \left(\frac{\partial \tilde{E}_{\nu 22}^n}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_{\nu 22}^n}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \xi} (2\tilde{E}_{\nu m}^n - \tilde{E}_{\nu m}^{n-1}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (2\tilde{F}_{\nu m}^n - \tilde{F}_{\nu m}^{n-1}) \right) - \end{aligned}$$

$$-\Delta t(A^- \frac{\partial}{\partial \xi}(E_\xi + D_\xi)^n + A^+ \frac{\partial}{\partial \xi}(E_\xi + D_\xi)^n + B^- \frac{\partial}{\partial \eta}(E_\eta + D_\eta)^n + B^+ \frac{\partial}{\partial \eta}(E_\eta + D_\eta)^n), \quad (4)$$

где $A_\xi = \xi_x A$, $B_\eta = \eta_z B$, $A = \frac{\partial \vec{E}}{\partial \vec{U}}$, $B = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{U}}$ - матрицы Якоби.

$$A^\pm = R\Lambda_\xi R^{-1} = R\left(\frac{1 \pm \text{sign}(\Lambda_\xi)}{2}\right)R^{-1}, \quad B^\pm = T\Lambda_\eta T^{-1} = T\left(\frac{1 \pm \text{sign}(\Lambda_\eta)}{2}\right)T^{-1}.$$

Матрицы Якоби, а также матрицы собственных значений и правых и левых собственных векторов вычисляются в соответствии с работой [9].

После факторизации выражения (4) получается следующее равенство:

$$\begin{aligned} & \{I + \Delta t[(A^+ + A^-)^n \frac{\partial}{\partial \xi} A_\xi^n \bullet - \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{\mu}_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{\tilde{U}_1} \bullet]\} \times \\ & \times \{I + \Delta t[(B^+ + B^-)^n \frac{\partial}{\partial \eta} B_\eta^n \bullet - \frac{\partial}{\partial \eta} \tilde{\mu}_\eta \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\tilde{U}_1} \bullet]\} \tilde{U}^{n+1} = RHS, \end{aligned} \quad (5)$$

где оператор $\{\frac{\partial}{\partial \xi} A_\xi^n \bullet\} \tilde{U}^{n+1} = \frac{\partial}{\partial \xi}(A_\xi^n \tilde{U}^{n+1})$, $\tilde{\mu}_\xi = \frac{\mu_{\xi x}^2}{ReJ}$, $\tilde{\mu}_\eta = \frac{\mu_{\eta z}^2}{ReJ}$, RHS - правая часть выражения (4).

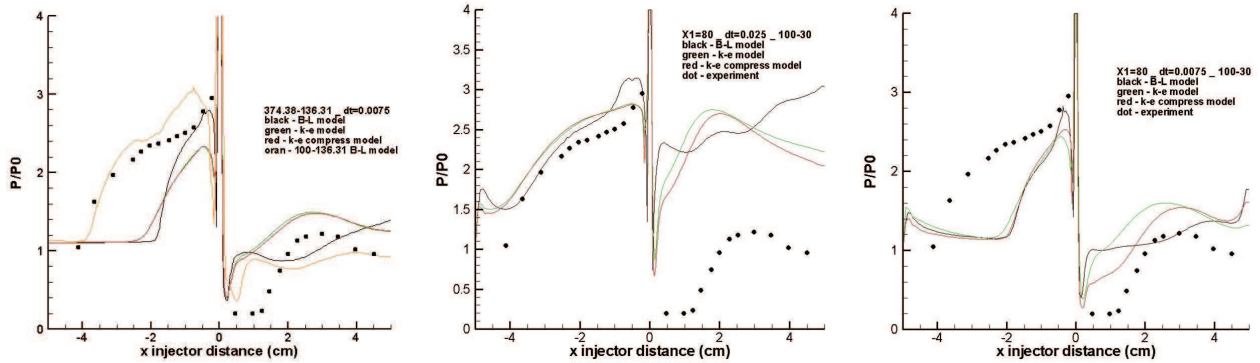


Рисунок 3 - Распределения давлений на стенке

При аппроксимации производных в конвективных членах использован следующий оператор:

$$(A^- + A^+) \frac{\partial}{\partial \xi} f|_{ij} = \frac{A_{i+1/2j}^-(f_{i+1j} - f_{ij}) + A_{i-1/2j}^+(f_{ij} - f_{i-1j})}{\Delta \xi}. \quad (6)$$

Решение системы (5) осуществляется методом расщепления относительно вектора \tilde{U} матричной прогонкой, который подробно изложен в работе [9].

3. Численные результаты

В данной работе проведено численное исследование задачи сверхзвукового потока воздуха с перпендикулярным вдувом водорода в плоском канале. Математическая модель процессов описывается двумерным осредненным по Фавру уравнением Навье-Стокса для многокомпонентной газовой смеси. Турбулентность описана моделями Болдуина-Ломакса алгебраическая, $k - \varepsilon$ Джонса-Лаундера, $k - \varepsilon$ с учетом сжимаемости. Параметры струи и потока следующие: $M_0 = 1$, $T_0 = 217$ К, $p_0 = 1.24$ МПа, $M_\infty = 2.9$, $T_\infty = 108$ К, $p_\infty = 0.0663$ МПа, $n = 18.7$. Вычисление проводилось на сетках 241×181 , 441×281 высота канала 7.62 см, длина - 25.4 см, ширина струи 0.0559 см. Струя расположена на расстоянии 17.8 см от входного участка.

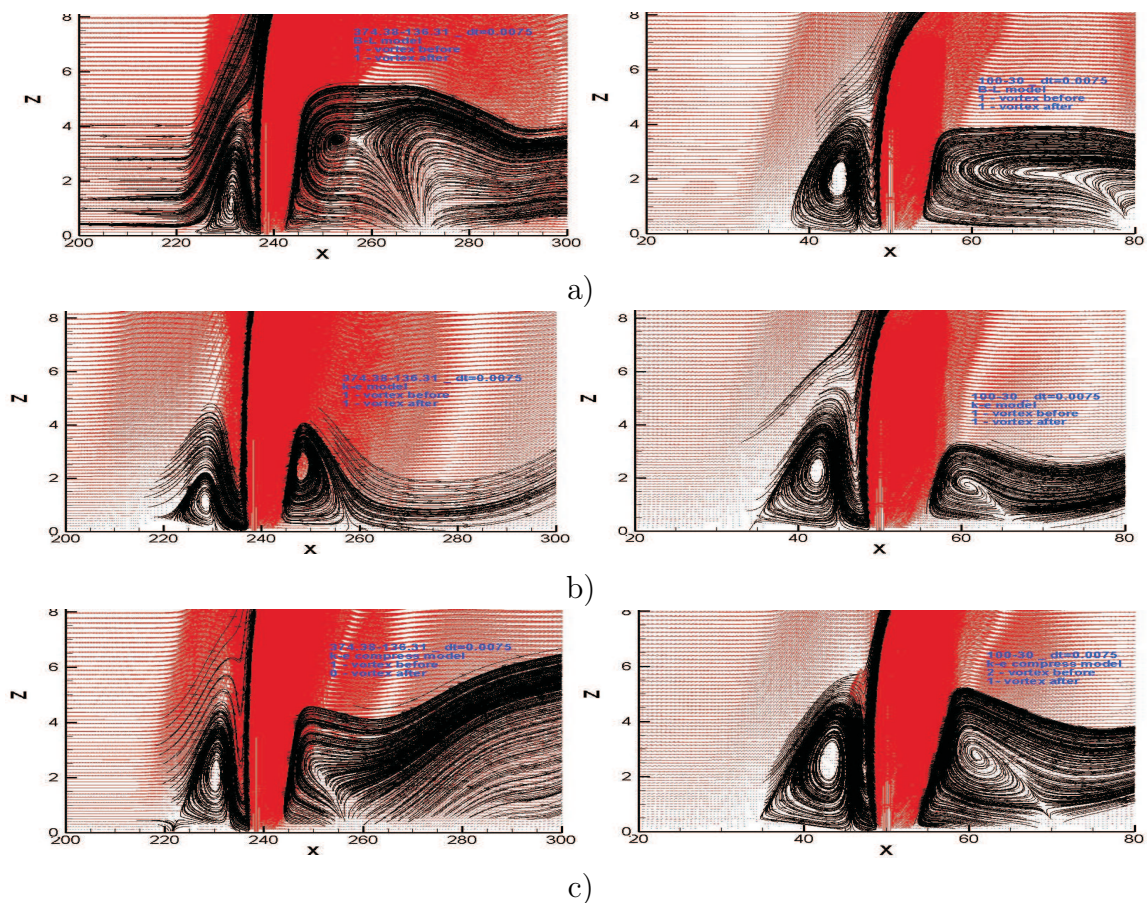


Рисунок 4 - Вихревые зоны (рециркуляционная зона)

Проведен сравнительный анализ результатов рассчитанных $k - \varepsilon$ моделью Джонса-Лаундера без учета сжимаемости и с учетом его, а также алгебраической моделью Болдуина-Ломакса путем сравнения давлений на стенке, областей сверхзвуковых и дозвуковых зон, вихревыми зонами перед струей и за ней.

На рисунке 3 представлены графики сравнения распределения давлений, посчитанные различными моделями турбулентности с экспериментальными данными для различных областей и шагов по времени.

В случае а) результаты представлены в области 374.38×136.31 для всех трех моделей турбулентности, и в области 100×136.31 для модели Болдуина-Ломакса. В первом

случае получено не точное согласование результатов с экспериментальными данными, хотя профили давления перед струей для случая $k - \varepsilon$ модели с учетом сжимаемости и без него по форме схожи с экспериментальным профилем. Во втором случае получено удовлетворительное согласование результатов полученных с использованием модели Болдуина-Ломакса и экспериментальными данными. Также был проведен вычислительный эксперимент для области 100×30 с различными шагами по времени. На рисунке 3 б), с) приведены результаты распределения давлений на стенке для $dt = 0.025$ и $dt = 0.0075$. В случае б) получено удовлетворительное согласование результатов с экспериментальными данными перед струей для всех трех моделей турбулентности. В случае с) получено не точное согласование с экспериментальными данными.

На рисунке 4 представлены поля векторов скоростей с использованием моделей турбулентности Болдуина-Ломакса, $k - \varepsilon$ с сжимаемостью и без нее в области 100×30 и 374.38×136.31 .

В случае а) слева представлены результаты по модели Болдуина-Ломакса в области 374.38×136.31 . Из рисунка видно, что перед струей образуется первичный вихрь, вторичный вихрь имеет незамкнутую форму; за струей образуется вихрь, который "пытается" раздробиться на два вихря. На рисунке 4 а) справа представлены результаты для той же модели в области 100×30 , где перед струей первичный вихрь имеет более четкую форму, вторичный вихрь еще не замкнут. За струей образуется только первичный вихрь. В случае $k - \varepsilon$ модели турбулентности б) картина вихревых зон в области 374.38×136.31 и 100×30 качественно совпадают: формируется первичный вихрь перед струей и за ней, вторичный вихрь перед струей не замкнут. В случае $k - \varepsilon$ модели с учетом сжимаемости, в области $374,38 \times 136,31$, рисунок 4 с) слева первичный вихрь перед струей имеет замкнутую форму, за струей не замкнутую форму; вторичный вихрь перед струей имеет не замкнутую форму. На рисунке 4 с) справа результаты $k - \varepsilon$ модели с учетом сжимаемости в области 100×30 показывают образование первичного и вторичного вихрей перед струей, первичного за струей.

На рисунке 5 приведены влияние модели турбулентности на ударно-волновую структуру течения в области 374.38×136.31 а) и 100×30 б).

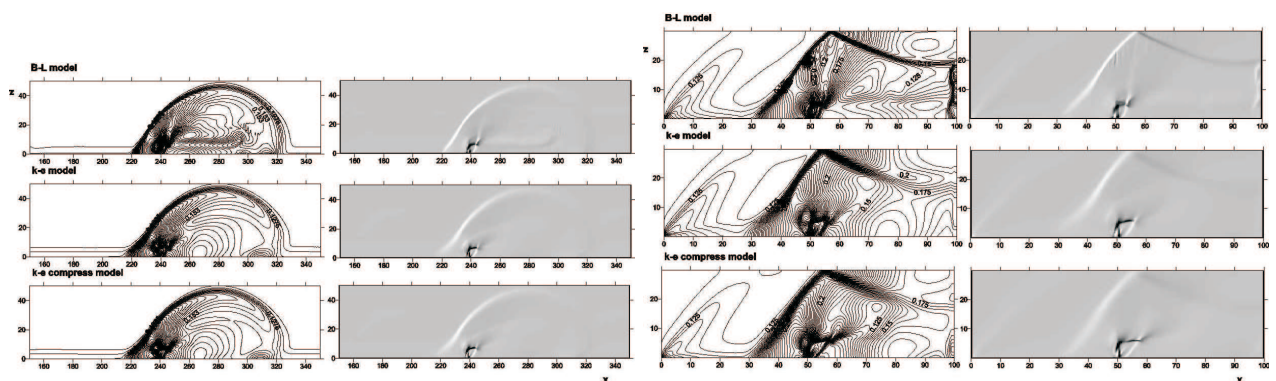


Рисунок 5 - Изобары (а) - слева, б) - справа

Из рисунка 5 следует, что в целом для данных трех моделей турбулентности ударно-волновая структура течения качественно совпадает. $k - \varepsilon$ модель обладает сглаживающим эффектом, но при этом структура скачков уплотнения сохраняется.

На рисунке 6 показаны влияние модели турбулентности на дозвуковую и сверхзвуковую зоны течения в области 374.38×136.31 а) и 100×30 б).

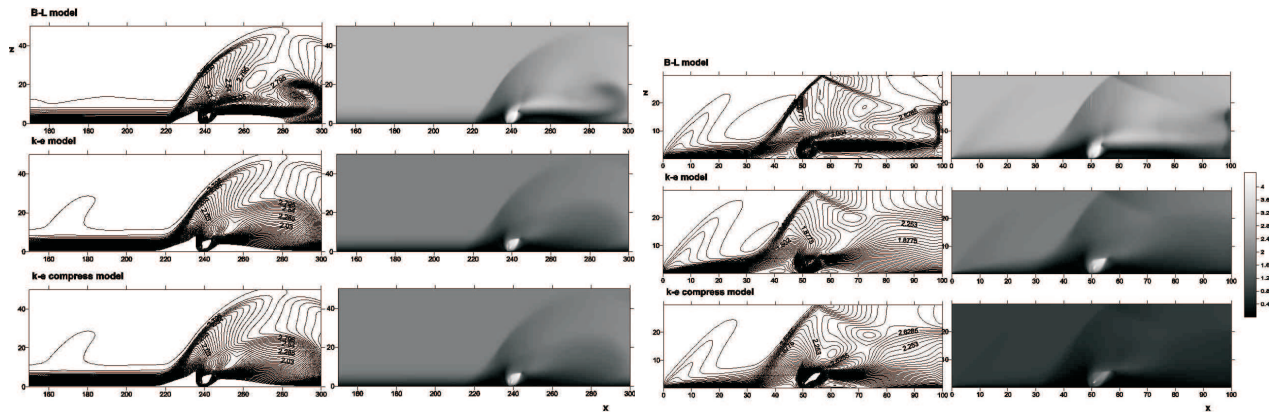


Рисунок 6 - Изомахи (а) - слева, б) - справа)

Результаты показали, что $k - \epsilon$ модель Джонса-Лаундера с сжимаемостью и без нее более детально описывает дозвуковую область течения вблизи стенки. Сравнение результатов по контурам Маха для всех трех случаев показали, что в сверхзвуковой области картина течения практически одинаковая. Также в случае $k - \epsilon$ модели с сжимаемостью и без нее было получено, что глубина проникновения струи выше, чем в случае алгебраической модели и бочкообразная структура струи выделена более детально. Длина отрывной зоны пограничного слоя в случае $k - \epsilon$ моделей имеет большее значение, чем в случае алгебраической модели.

На рисунке 7 проиллюстрировано распространение концентраций гелия для 374.38×136.31 а) и 100×30 б).

В случае алгебраической модели турбулентности структура распространения струи гелия имеет более выделенную форму. В $k - \epsilon$ моделях структура распространения концентраций гелия более сглажена, однако, качественная картина для трех моделей турбулентности одинаковая.

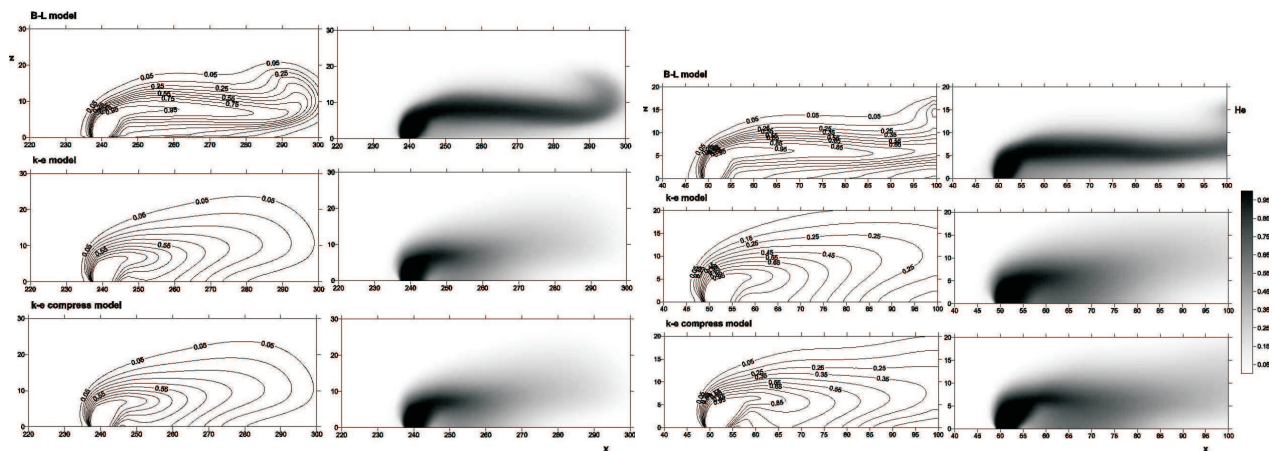


Рисунок 7 - Распространение концентраций гелия (а) - слева, б) - справа)

На рисунке 8 показаны графики сходимости по сетке 441×281 а), 241×181 б) для области 374.38×136.31 и 100×30 соответственно. Сравнительно лучшая сходимость для

$k-\varepsilon$ моделей турбулентности получается для случая б). Для модели Болдуина-Ломакса обеспечивается хорошая сходимость для двух случаев.

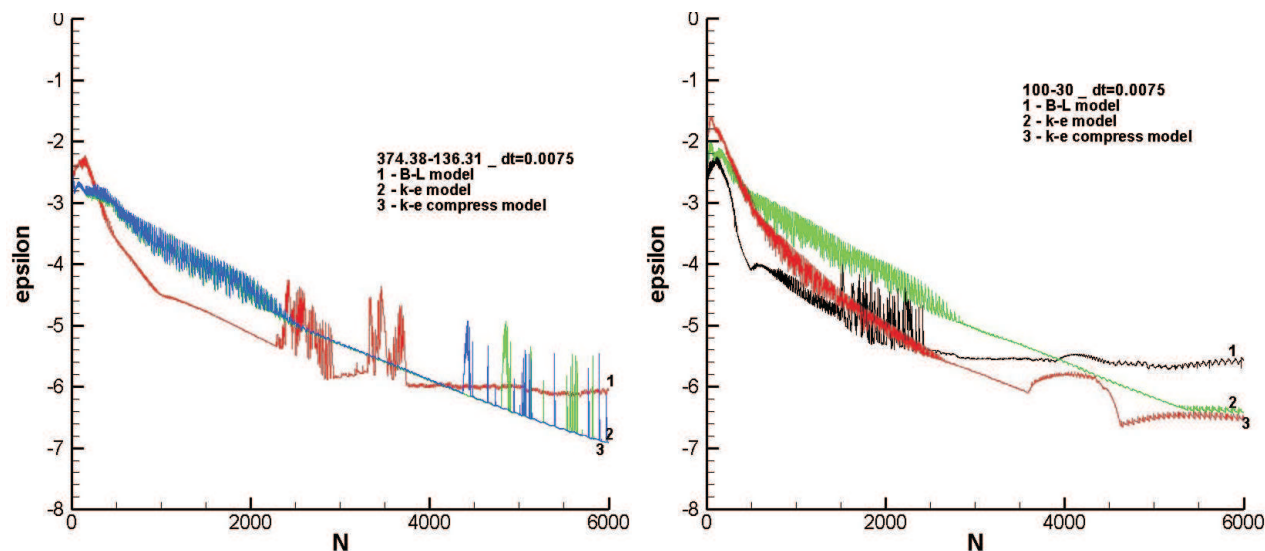


Рисунок 8 - Сходимость (а) - слева, б) - справа)

4. Заключение

Получено качественное согласование результатов, а именно, структура отрыва пограничного слоя перед струей и за ней, бочкообразная форма вдуваемой струи и глубины проникновения струи. В количественном отношении, результаты разнятся в области струи.

Проведенный численный эксперимент показал, что построенная численная модель и компьютерный код для изучения турбулентного многокомпонентного газового потока с различными моделями турбулентности позволяют изучать влияние параметров на ударно-волновую структуру течения и характер взаимодействия струи с основным потоком.

Список литературы

- 1 *Elizabeth H. Weidner and J. Philip Drummond* Numerical Study of Staged Fuel Injection for Supersonic Combustion // NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia. AIAA Journal. - v. 20, No. 10 - P. 1426-1431.
- 2 *Clarence F. Chenault and Philip S. Beran* $k-\varepsilon$ and Reynolds Stress Turbulence Model Comparisons for Two-Dimensional Injection Flows // AIAA Journal. - August 1998 - vol.36, No 8.
- 3 *J.P. Drummond* Numerical simulation for perpendicular sonic hydrogen injection into a ducted supersonic airstream // AIAA. - vol.17, No.5 - P. 531-533.
- 4 *Dean R. Eklund et al.* Calculation of Supersonic Turbulent Reacting Coaxial Jets // AIAA Journal. - vol.28, No. 9.
- 5 *J.Sh. Shun and S. Yun* Numerical investigation of the flows with chemical reactions based on the LU-factored scheme constructed by the method of the symmetric successive overrelaxation // Aerokosmich. Tekhnika. - No.10 - P. 102-113.

6 *Muhammed Ali, S. Ahmed, A.K.M. Sadrul Islam* The Two-Dimensional Supersonic Flow and Mixing with a Perpendicular Injection in a Scramjet Combustor // Journal of Thermal Science. - 2003 - Vol.12, No.4 - P. 372-380.

7 *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. - Москва: Наука, 1987 г.

8 *D. P. Rizetta* Numerical Investigation of Supersonic Wing-Tip Vortices // 26-th AIAA Fluid Dynamics Conference.

9 *Beketaeva A.O., Naimanova A. Zh.* Numerical simulation of a supersonic flow with transverse injection of jets // Journal of Applied Mechanics and Technical physics. - 2004 - vol.45 - P. 367-374.

Поступила в редакцию 12 август 2012 года