

## Особенности кольматации призабойной зоны пласта

Ю.И. КАПРАНОВ

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН,  
Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия  
e-mail: yurivkapranov@yandex.ru*

### Аннотация

Моделируется процесс проникновения глинистых частиц и мелких частиц разбуренной породы в пласт. Формулируется постановка задачи, описывающей изменения свойств пласта в окрестности перемещающегося забоя. Предложен метод построения решения, проведено исследование качественных особенностей течения. Показано, что структура изменений проводящих свойств пласта в окрестности подвижной границы крайне неоднородна и зависит существенным образом от скорости перемещения границы.

**Введение.** Изучение изменений, происходящих под действие процессов кольматации в пористых средах, представляется важным не только с теоретической точки зрения. Особое значение приобретает исследование подобных течений для ряда сугубо прикладных задач. Классическим примером последних является проблема изучения изменений свойств пласта, происходящих на стадии бурения, где относительно мелкие частицы бурового раствора и измельчённой породы проникают вместе с потоком в поровое пространство и задерживаясь внутри него существенно снижают проницаемость зоны, прилегающей к входу потока в породу [1-4]. Среди практиков широко распространено убеждение, что в течение относительно короткого промежутка времени на образовавшемся после бурения участке нарастает относительно тонкая, но малопроницаемая, глинистая корка [2,4]. Она задерживает все мелкие частицы, не позволяя им проникать в ту часть пласта, которая на стадии эксплуатации будет оказывать определяющее влияние на дебит эксплуатационной скважины. В непосредственной окрестности перемещающегося забоя ситуация оказывается принципиально иной. В указанной области отсутствуют условия образования глинистой корки, но даже если потенциально и возможно мгновенное появление слоя отложенных частиц, в последующем буровым инструментом будет срезан не только этот слой, но и прилегающая к забою часть самой породы.

Существенной особенностью расположенного на забое участка поверхности скважины является то, что на ней в процессе бурения имеет место постоянный гидродинамический контакт между жидкостью в скважине и жидкостью в пласте. При этом, как показывают результаты лабораторных и натурных экспериментов, рассматриваемая зона характеризуется рядом нестандартных особенностей [2]. К числу последних относится в частности и тот факт, что при прочих равных условиях с возрастанием дифференциального давления, т. е. разности между давлением жидкости в скважине и её давлением в пласте, заметно падает скорость проходки. Указанный эффект, как и ряд других специфических черт фильтрационного потока вблизи забоя скважины, до сих пор ещё не получили удовлетворительного объяснения. Однако большинство исследователей склоняется к тому, что основную роль при этом должен играть процесс кольматации, определяющий в частности своеобразие распределения давления в окрестности подвижной границы.

К настоящему моменту наибольшее распространение при исследовании подобного типа течений получил подход, именуемый в зарубежной литературе "deep bed filtration"[5]. При своём практическом применении указанный подход использует ряд предположений существенно приближённого характера. Они упрощают возникающие при этом задачи, но по существу исключают возможность его применения к течениям в областях, непосредственно прилегающих

к границе входа потока жидкости в пласт. Предлагаемая в настоящем докладе модель более точна, она основывается на полных законах сохранения участвующих в процессе фаз и описывает изменения, которые претерпевают такие характерные свойства пористой среды, как пористость и проницаемость, а также концентрация взвеси в процессе кольматации. Существенным элементом изучаемой модели является учёт влияния подвижной границы на динамику распределений указанных характеристик. Основное содержание доклада посвящено исследованию качественных особенностей течения.

**2. Описание модели.** Рассматриваемая модель предполагает, что жидкость, содержащиеся в ней твёрдые частицы, а также скелет пористой среды, несжимаемы. Базовая система включает в себя следующие уравнения [5-7]

$$\frac{\partial[m(1-c)]}{\partial t} + \operatorname{div}[(1-c)\vec{v}] = 0, \quad \vec{v} = -\frac{k}{\mu}\nabla p, \quad \frac{\partial m}{\partial t} = -\lambda(m-m_*)|\vec{v}|c.$$

Первое из написанных уравнений представляет собой естественную формулировку закона сохранения объёма твёрдой фазы. Здесь  $m$  - пористость в рассматриваемой точке в текущий момент времени  $t$ ,  $m_0$  - её значение в той же точке в начальный момент,  $c$  - объёмная доля взвешенных в потоке частиц,  $vecv$  - скорость фильтрации взвеси. Второе уравнение имеет тот же смысл применительно к собственно жидкой фазе. Оно означает, что в процессе кольматации жидкая фаза из потока не выводится. Третье уравнение представляет собой распространение закона Дарси на случай перемещения в пористой среде взвеси. Здесь  $\kappa$  - проницаемость среды,  $\mu$  - вязкость взвеси,  $p$  - давление в ней. Поскольку в режиме бурения перепад давления между жидкостью в скважине и жидкостью в порах пласта достаточно велик, вкладом силы тяжести в фильтрационный поток в последующем будем пренебрегать.

Типичным для рассматриваемого класса течений является последнее из представленных уравнений, называемой часто уравнением кинетики кольматации [5-8]. В этом уравнении произведение  $\lambda(m-m_*)$  имеет размерность, обратную длине, и часто называется параметром кольматации. При этом указанный параметр считается определяемым на основе эксперимента и в общем случае является произвольной функцией пористости. При практическом применении обычно постулируют конкретный вид этой функции, а входящие в представления вспомогательные параметры находят из решения обратной задачи [8]. Что касается данной модели, то здесь сделана попытка сузить значительный произвол подобных эмпирических зависимостей, выделив явным образом два фактора, характеризующие в интегральном смысле фракционный состав взвеси и структуру системы поровых каналов. В принятой схеме [7] первый множитель  $\lambda$  в правой части уравнения кинетики кольматации представляет собой приходящееся на единицу длины количество возможных захватов частицы взвеси пористой средой. Наличие второго множителя  $m-m_*$  вводит минимально допустимое для кольматации значение пористости, т.е. при  $m < m_*$  частицы взвеси не могут быть задержаны пористой средой. Заметим, что в частном случае указанный параметр может также быть равным нулю.

Представленную систему уравнений дополняют два замыкающих соотношения. В качестве примера таковых принимаются

$$k = k_0 \left( \frac{m}{m_0} \right)^n, \quad \mu = \mu(c).$$

Здесь показатель  $n$  формулы Слехтера-Козени, начальное значение проницаемости  $k_0$  пласта, а также зависимость вязкости взвеси от концентрации в ней частиц считаются заданными.

К числу специфических особенностей рассматриваемой задачи относится то, что область течения меняется со временем. Так, в случае бурения скважины не только увеличивается её боковая поверхность, но также смещается вглубь породы поверхность собственно забоя.

Основной целью данного сообщения является исследование фильтрационного потока именно в окрестности указанного участка границы. Если последний обозначить через  $\Gamma_i$ , то одно из необходимых условий на нём должно иметь вид  $c = c_i$  на  $\Gamma_i$ .

В качестве второго условия здесь должна быть задана нормальная компонента скорости фильтрации, или же давление. При этом также должна быть известной скорость перемещения рассматриваемой части границы.

Ещё одной особенностью рассматриваемого типа задач является присутствие в них начальных данных. А именно, если  $\Omega_0$  обозначает начальное положение области течения, то условия внутри неё будут иметь вид  $c = c_0$ ,  $m = m_0$ , в  $\Omega_0$ .

Приведённая выше система уравнений на концентрацию и пористость является гиперболической, причём соответствующая уравнению кинетики кольматации характеристика вертикальна. Но в общей ситуации концентрация взвеси в начальный момент  $c_0$  не совпадает с её значением  $c_i$  на  $\Gamma_i$ . Поэтому неизбежно возникает внутренняя подвижная граница - фронт проникновения взвеси  $F_t$ . Эта заранее неизвестная поверхность отделяет заполненную пластовой жидкостью часть области течения от оставшейся части, в которую к данному моменту внедрилась взвесь. Как показывает предварительный анализ, на этой границе должны выполняться условия [7]  $m_+ = m_-$ ,  $(\vec{v}_+, \vec{n}) = (\vec{v}_-, \vec{n}) = mV_n$ ,  $p_+ = p_-$  на  $F_t$ , где  $V_n$  обозначает нормальную составляющую скорости перемещения фронта проникновения.

Сформулированная постановка задачи достаточно сложна и в литературе по теории фильтрации в полном объёме не рассматривалась. Обычно при моделировании процессов кольматации используются различного рода приближения [5, 8, 9]. Основным способом при этом является линеаризация, когда в уравнении сохранения объёма твёрдой фазы в его конвективной части изменением пористости пренебрегают. Последнее мотивируется тем, что концентрация взвеси в поступающем потоке как правило мала сравнительно с величиной пористости [5]. Однако в точном смысле подобное предположение не всегда оправдано, особенно для близких к начальному моментов времени, или в окрестности границ входа потока в пористую среду. Причиной этого является тот факт, что уравнения сохранения объёмов твёрдой и собственно жидкой фаз являются дифференциальными и в них сбалансированы не абсолютные значения концентрации и пористости, а градиенты и скорости изменения этих переменных. При этом входящие в эти уравнения слагаемые имеют в общей ситуации одинаковые порядки малости. Отметим здесь интересный вариант приближённой постановки, который предложен также в работе [9], где предпринята попытка оценить возможные потери буровой жидкости непосредственно на забое скважины.

Дополнительным осложняющим моментом рассматриваемого класса течений является также присутствие внутренней подвижной границы - фронта проникновения взвеси. Исследования, основанные на приближениях типа "deep bed filtration" указанную сложность по существу обходят рассматривая лишь времена, достаточно большие, чтобы в пористом слое сформировалось некоторое "линеаризованное относительно пористости" состояние. Вместе с тем, определение возможно точного положения фронта проникновения представляет значительный интерес и для ряда методов геофизического исследования скважин. Не менее важно знать глубину проникновения инородной жидкости и с точки зрения последующей эксплуатации продуктивного пласта.

**3. Построение решения.** Поверхность, представляющую собой нижнее основание скважины, с удовлетворительной степенью приближения можно полагать куском плоскости.

С чисто качественной точки зрения вполне достаточно предполагать также, что входящий в пласт поток взвеси однороден относительно продольных координат указанной плоскости. В связи с этим, ниже будет идти речь об одномерном варианте описанной выше начально-краевой задачи, в которой ось  $x$  считается направленной по потоку. Чтобы избавиться от громоздких

выражений и ряда технических сложностей, ограничимся в основном случае однородных начальных данных  $c_0 = const$ ,  $m_0 = const$ , и будем полагать  $c_i = const$ . Перечислим теперь основные моменты в построении решения и отметим возникающие при этом трудности.

Так, следствием первых двух уравнений описанной ранее системы является стандартное уравнение неразрывности для взвеси, как целого, а именно  $\mathbf{div} \vec{v} = 0$ . По этой причине, а также согласно сформулированному ранее условию непрерывности скорости фильтрации при переходе через фронт проникновения взвеси, в одномерном случае скорость фильтрации оказывается зависящей только от времени функцией во всей области течения:  $v = v(t)$ . В силу этого и с целью выяснения физического смысла принятой модели процесса кольматации, естественно заменить время закачанным в пласт объёмом взвеси  $\tau = \int_0^t v(z) dz$ . Преимуществом перехода к плоскости переменных  $x, \tau$  также является тот факт, что в новых терминах для концентрации взвеси и пористости возникает система уравнений несколько более простой структуры, в которой отсутствует скорость фильтрации. А именно, уравнение сохранения объёма твёрдой фазы и уравнение кинетики кольматации приводятся к виду

$$\frac{\partial(mc + m_0 - m)}{\partial \tau} + \frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial m}{\partial \tau} = -\lambda(m - m_*)c.$$

Начальные условия при этом сохраняют свою форму с заменой  $t = 0$  на  $\tau = 0$ .

Область течения разбивается на две подобласти, разделённые фронтом проникновения, который будем представлять в виде  $x = x_*(\tau)$ . В случае, когда  $c_0 = 0$ , решение внутри подобласти, расположенной перед фронтом, оказывается тривиальным, а именно  $c(x, \tau) = 0$ ,  $m(x, \tau) = m_0$ . В реально более содержательной ситуации, когда  $c_0 > 0$ , положение более сложное. Здесь сначала удаётся восстановить распределения пористости и концентрации вдоль характеристик первого из уравнений написанной выше системы. В результате этого возникают зависимости  $m = m(x_0, x)$ ,  $c = c(x_0, x)$ , где  $x_0 > 0$  произвольно расположенная на оси  $x$  точка выхода характеристики. Затем устанавливается, что указанные характеристики действительно заполняют некоторую прилегающую к полуоси  $\tau = 0$ ,  $x > 0$  область, после чего находится и верхняя граница последней  $x = x_*(\tau)$ .

Дальнейшие рассуждения обосновывают принципиальную возможность исключения параметра  $x_0$ , чтобы в итоге получить физически осмысленные искомые представления, а именно  $m = m(x, \tau)$ ,  $c = c(x, \tau)$ . Для частного случая однородных начальных распределений пористости и концентрации удаётся указанную возможность реализовать в более простом варианте. А именно, здесь выводится нелинейное функциональное уравнение, из решения которого сначала определяется зависимость  $m = m(x, \tau)$ , а потом и  $c = c(x, \tau)$ . Для общего случая устанавливаются также минимально необходимые требования на начальные данные, гарантирующие существования у построенного решения именно тех производных, которые участвуют в исходной системе дифференциальных уравнений.

Внутри расположенной за фронтом проникновения части области течения построение решения становится существенно более сложным. Вызвано это несколькими обстоятельствами. Так, левая граница рассматриваемой подобласти оказывается также переменной, она описывается уравнением  $x = x_i(\tau)$ , причём в общей ситуации функция  $x_i(\tau)$  заранее неизвестна. Кроме того, в процессе восстановления распределений пористости и концентрации вдоль характеристик, выпущенных из точек границы  $x = x_i(\tau)$ , возникает необходимость в нахождении значений указанных величин на самой границе. Однако, если первая из них определяется описанным ранее граничным условием, то для второй соответствующие значения заранее неизвестны. Причина подобного осложнения связана с тем, что если характеристика соответствующего концентрации первого из написанных выше двух уравнений составляет переменный, но острый,

угол с осью  $x$ , то для уравнения кинетики кольматации, которое является определяющим для изменений пористости, характеристика расположена вертикально. Таким образом, определение состояния потока за фронтом проникновения требует помимо условий на задней границе  $x = x_i(\tau)$  также некоторой информации о начальном состоянии течения. Указанную трудность удаётся преодолеть посредством вывода нелинейного функционального уравнения, решением которого и является искомое значение пористости на подвижной границе входа потока в породу. Полученное уравнение предполагает заданным распределение пористости вдоль кривой  $\tau = \tau_2(x)$ , представляющей собой выпущенную из начала координат характеристику первого из указанной ранее системы дифференциальных уравнений. Такое возможно, если характеристика  $\tau = \tau_2(x)$  располагается под кривой  $x = x_i(\tau)$ .

Обозначим через  $x_1 > 0$  абсциссу произвольной точки кривой  $x = x_i(\tau)$  и рассмотрим множество точек, расположенных между кривыми  $\tau = \tau_2(x)$  и  $x = x_i(\tau)$ . Показывается, что найденное параметрическое представление решения  $m = m(x, x_1)$ ,  $c = c(x, x_1)$  действительно определено во всех точках этой области, называемой далее приграничной зоной. Однако, в силу нелинейности исходной системы дифференциальных уравнений указанная область существенно зависит от функции  $\tau_2(x)$ . Поэтому далее устанавливается, что совпадение предельных изнутри области зависимости решения от начальных данных значений пористости на фронте  $m(x, \tau_*(x))$  с предельными изнутри приграничной зоны значениями на её нижней границе  $m(x, \tau_2(x))$  эквивалентно равенству  $\tau_2(x) = \tau_*(x)$ . Последнее полагается выполненным, поскольку этого требует второе из перечисленных ранее условий на фронте проникновения. Только в результате этого общая двум подобластям граница  $\tau = \tau_*(x)$  действительно становится физической границей раздела.

В заключение устанавливаются два факта. Во-первых, внутри приграничной зоны возможно исключение параметра  $x_1$ , чтобы записать решение в естественной форме, т.е.  $m = m(x, \tau)$ ,  $c = c(x, \tau)$ . Во-вторых, при указанных ранее ограничениях на начальные данные полученные представления для пористости и концентрации на самом деле обладают всеми теми частными производными, которые входят в исходную систему дифференциальных уравнений.

**4. Некоторые особенности течения.** Анализ полученного решения позволяет сделать вывод о многообразии возможных в общей ситуации режимов течения. Чтобы в этом убедиться, достаточно рассмотреть случай, когда описанная выше зависимость  $x = x_i(\tau)$  является линейной, т.е.  $x_i(\tau) = \frac{\tau}{\lambda}$ . Здесь  $\lambda$  представляет собой положительную постоянную, характерное значение которой определяется выражением

$$\lambda_0 = \frac{(1 - c_0)m_0 - (1 - c_i)m_*}{c_i}.$$

Простейший из режимов соответствует таким скоростям бурения, когда присутствует частично только область зависимости решения от начальных данных. Пористая среда в этом случае должна срезаться настолько быстро, чтобы процесс кольматации развивался лишь за счёт взвешенных изначально в поровой жидкости частиц. Оказывается, что необходимым и достаточным для существования такого режима условием является неравенство  $\lambda < m_*$ . При этом следует учитывать тот факт, что параметр  $m_*$  может принимать достаточно малые значения, поэтому необходимые для указанного ограничения скорости бурения могут оказаться слишком высокими, чтобы описанные режимы можно было реализовать на практике.

В случае выполнения неравенства  $\lambda \leq m_0$  будет присутствовать в полной общности не только область зависимости решения от начальных данных, но также развиваться и приграничная зона. Структура потока внутри последней существенно зависит от того, как соотносятся между собой величины  $\lambda$  и  $\lambda_0$ . При выполнении неравенства  $\lambda > \lambda_0$ , когда скорость проходки ещё достаточно высока, подвижная граница будет оказывать непосредственное воздействие

на расположенную за фронтом проникновения часть пласта. В результате, со временем перед забоем формируется своеобразный буфер взвеси, внутри которого концентрация практически совпадает с её значением на входе, а пористость стабилизируется к некоторому, промежуточному относительно  $m_*$  и  $m_0$ , значению. В противоположном случае  $\lambda < \lambda_0$ , соответствующем более доступному для реализации диапазону скоростей проходки, приграничная зона распадается на три части. Первая из частей этой зоны примыкает к подвижному забою. Внутри неё относительно резко снижается концентрация и пористость практически достигает своего минимально допустимого значения  $m_*$ . В передней части, примыкающей к фронту проникновения взвеси, пористость стабилизируется к вырабатываемому в основном начальными данными некоторому промежуточному значению, а концентрация с большой степенью точности оказывается тождественно равной нулю. Что касается промежуточной части, то именно она представляет собой ту часть области течения, где наиболее интенсивны изменения пористости и проницаемости.

В заключение отметим ещё одну важную особенность течений рассматриваемого класса. А именно, здесь ярко проявляется то различие, которое имеется между фронтом проникновения, т.е. границей контакта внедряемой в пласт взвеси и исходной пластовой жидкостью, и границей, на которой взвесь полностью вырабатывается, т.е. концентрация частиц в ней становится практически равной нулю. Как показывает проведённый анализ и результаты расчётов, с продвижением взвеси внутрь пористой среды происходит существенное отставание второй из указанных границ от фронта проникновения взвеси.

## Список литературы

- [1] *А.И. Орлов, А.В. Ручкин, Н.М. Свизнушин.* Влияние промывочной жидкости на физические свойства коллекторов нефти и газа. М.: “Недра”. 1976. С. 89.
- [2] *Н. Маковой.* Гидравлика бурения. М. “Недра”. 1986. С. 536.
- [3] *Михайлов Н.Н.* Изменение физических свойств горных пород в околоскважинных зонах. М.: “Недра”. 1987. С. 231.
- [4] *Дж.Р. Грей, Г.С.Г. Дарли.* Состав и свойства буровых агентов. М. “Недра”. 1985. С. 509.
- [5] *J.P. Herzig, D.M. Leclerc, P. le Goff.* Flow of suspensions through porous media-Application to deep filtration. Industrial and Engineering Chemistry. V. 662. No. 5. 1970. PP 8-35.
- [6] *J. Litwyniszyn.* On suspension flow in a porous medium. International Journal of Engineering Science. 1967. V. 5. No. 5. PP. 435-454.
- [7] *Ю.И. Капранов.* О фильтрации взвеси твёрдых частиц. ПММ. 1999. Т. 63. вып. 4. С. 620-628.
- [8] *P. Bedrikovetsky, D. Marchesin, G. Hime, A.G. Siqueira, A.L. Serra, J.R.P. Rodrigues, A. Marchesin, M. Vinicius.* Inverse problems for treatment of laboratory data on injectivity impairment. SPE paper 86523 presented at the SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control held in Lafayette, Louisiana, U.S.A., 18-20 February 2004.
- [9] *Свалов А.М.* Механика процессов бурения и нефтегазодобычи. М.: Изд-во “Книжный дом” ЛИБРОКОМ. 2008. С. 253.