

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ В МЕДИЦИНЕ

Б.К. Жумагулов¹, М.О. Нурмаганбетова²

¹ *Казахский Национальный университет им. Аль-Фараби,*

² *Казахский Национальный Медицинский университет им. С.Д.Асфендиярова,*

В настоящее время, в сложном технологически ориентированном обществе, наиболее ощутимой стала потребность в современных информационных системах. Исследователями в области медицины, предпринимаются попытки обеспечить более высокий объективный подход к решению актуальных задач медицины: диагностирования и прогнозирования заболеваний.

Методы теории нечетких множеств, позволяют использовать не только численные значения, но и лингвистические переменные, каковыми являются, в большинстве случаев, медицинские исходные данные для постановки диагноза и прогноза заболеваний. Задача теории множеств - связать то, что является истиной с тем, что представляет собой человеческую интерпретацию [1,3].

Медицинские системы можно рассматривать как сложные динамические системы: меняются со временем состояние пациента, показатели здоровья населения и множество других факторов. Скорость изменения отлична для различных систем: при хирургическом вмешательстве очень быстро меняется состояние пациента, а показатели здоровья населения проявляются лишь через несколько лет. Наряду с известными и широко распространенными математическими методами прогнозирования (вероятностные, статистические и др.) применяются информационные методы (на основе методов патентного поиска, анализа потоков публикации и т.д.), а также методы корреляционного, дискриминатного, факторного, кластерного анализов.

Сущность метода прогнозной экстраполяции, используемой в данной работе, состоит в выявлении предшествующей тенденции, представленной в виде динамического (временного) тренда. Авторы используют разработанную математическую модель диагностирования заболеваний внутренних органов, на основе статистических данных и методов теории нечетких множеств, для прогнозирования исходов заболеваний внутренних органов. В работе привлекались статистические данные по нозологическому классу заболеваний, известные в здравоохранении [2]. Преимущество данного подхода в том, что используются лингвистические переменные, каковыми являются симптомы заболеваний. Выявленный фактор влияния степени выраженности симптомов на конечный результат использован для прогноза заболеваний.

Дифференциальная диагностика заболеваний органов пищеварения производится на основании диагностической таблицы, которая содержит современные данные об этиологии и патогенезе болезней внутренних органов. Полученные авторами результаты, на примере дифференцирования болезни Крона и неспецифического язвенного колита, свидетельствуют о правильности выбранных математических подходов к решению поставленной задачи.

Для этих целей, составлена матрица:

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & \dots & u_{2n} \\ \dots & & \dots \\ u_{m1} & \dots & u_{mn} \end{pmatrix}$$

элементы которой взяты из диагностической таблицы [2] и представляют собой нечеткое множество.

$$\tilde{U}_{ij} = \bigcup_k \mu_{u_{ij}}(u_k) / u_k, \text{ где } u_k = \mu \sim (x_k).$$

Последнее состоит в свою очередь, из нечетких подмножеств, определяемые:

$$\mu_{u_i}(\tilde{u}_k) = [\mu(u_i) / \tilde{u}_i] / [\mu_{u_k}(u_i) / u_i].$$

Минимизируем множество \tilde{u}_i , что приводит, на наш взгляд, к уменьшению риска неверного диагноза:

$$\mu_{u_i}(\tilde{u}_k) = \min [\mu_x(\tilde{x}_k), \mu_{u_{ik}}(u_i)]$$

Оптимизирующее множество (\tilde{U}_{io}) позволяет вычесть наиболее вероятное заболевание при данном симптомокомплексе. \tilde{U}_{io} и находится как пересечение множеств U_{im} и U_j :

$$\mu_{r_{io}}(u_k) = \min \{ \mu_{r_{im}}(u_k); \mu_{r_i}(u_k) \}, \text{ тогда } A^* = \mu_{A_o}(a_o) = \max_{A_o} \mu_{A_o}(a_i)$$

где $\mu_{A_o} \sim (a_i) = \max_{u_{io}} \mu_{r_{io}}(u_k)$

Постановка диагноза с использованием разработанной математической модели диагностирования, на основе методов теории нечетких множеств соответствует задаче нахождения оптимальной альтернативы (заболеваний):

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}.$$

Множество относится к одному нозологическому классу. Выбор оптимальной альтернативы (постановка диагноза) зависит от веса симптомов (полезность), представленных в виде матрицы для возможных состояний и различных альтернатив (заболевании). Полезности составленной матрице представлены качественно: характерно, возможно, часто, редко, крайне редко и т.д. Применим математический метод принятия решения при качественной и вероятностной неопределенности.

$$U = \left\{ \begin{array}{l} .X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, X10, X11, X12, X13, \\ A1 \tilde{O}, \hat{D}, \hat{A}, \hat{D}, \tilde{O}, \tilde{O}, \tilde{N}, \times, \hat{O}, \hat{O}, \hat{D}, \hat{O} \\ A2. \hat{D}, \tilde{O}, \tilde{N}, \hat{I} \times, \hat{D}, \hat{P}, \hat{D}, \hat{D}, \hat{E}\hat{D}, \hat{E}\hat{D}, \hat{D}, \tilde{O}, \hat{D}, \end{array} \right\}$$

Лингвистические критерии представляем в виде нечеткого множества: $C\{0,5/9; 1.0/10\}$; $\tilde{O}\{0,5/8; 1.0/9; 0.5/10\}$; $KP\{0,5/2; 1.0/3; 0.5/4\}$; и т.д. Индекс, на который приходится максимум степени принадлежности, задается экспертом.

Состояние пациента: глубина поражения стенки кишки такова, что воспалительный процесс локализован в слизистой оболочке и в подслизистом слое, незна-

чительный кровавый стул, наблюдается поражение прямой кишки, имеются наружные и внутренние свищи, эндоскопические исследования показали непрерывное поражение, представим следующим множеством:

$$\{0.8/X_2; 0.7/X_3; 0.7/X_4; 0.5/X_6; 0.8/X_{12}\}$$

Нечеткие полезности альтернатив для данного состояния взяты из матрицы, а степени выраженности симптомов заданы. С учетом полезности находим для различных альтернатив (заболеваний) множество:

$$U_1 = \{0.8/\mathcal{D}; 0.7/\hat{A}; 0.7/\mathcal{D}; 0.5/\tilde{O}; 0.8/\mathcal{D}\}$$

$$U_2 = \{0.8/\tilde{O}; 0.7/\tilde{N}; 0.7/\hat{I}_\times; 0.5/\mathcal{D}; 0.8/\tilde{O}\}$$

$$U_1 = \{0.95/\mathcal{D}; 0.7/\hat{A}; 0.5/\tilde{O}; \}$$

$$U_2 = \{0.96/\tilde{O}; 0.7/\tilde{N}; 0.7/\hat{I}_\times; 0.5/\mathcal{D}; \}$$

Затем,

$$U_1^* = \{0.95/[0.5/3; 1.0/4; 0.5/5]; 0.7/[0.5/4; 1.0/5; 0.5/6]; 0.5/[0.5/8; 1.0/9; 0.5/10]\}$$

$$U_2^* = \left\{ \begin{array}{l} 0.96/[0.5/8; 1.0/9; 0.5/10]; 0.7/[0.5/9; 1.0/10]; 0.7/[0.5/6; 1.0/7; 0.5/8]; \\ 0.5/[0.5/3; 1.0/4; 0.5/5] \end{array} \right\}$$

$$U_1^* = \{0.5/3; 0.97/4; 0.85/5; 0.5/6; 0.5/8; 0.5/9; 0.5/10\}$$

$$U_2^* = \{0.75/8; 0.98/9; 0.85/10; 0.5/6; 0.7/7;\}$$

$$U_{1m} = \{0.3/3; 0.4/4; 0.5/5; 0.6/6; 0.8/8; 0.9/9; 1/10\};$$

$$U_{2m} = \{0.8/8; 0.9/9; 1.0/10; 0.6/6; 0.7/7\};$$

Находим оптимизирующее множество

$$U_{1o} = \{0.3/3; 0.4/4; 0.5/5; 0.5/6; 0.5/8; 0.5/9; 0.5/10\};$$

$$U_{2o} = \{0.75/8; 0.9/9; 0.85/10; 0.5/6; 0.7/7\};$$

Отсюда

$$\mu \sim(A1) = \max(0.3, 0.4, 0.5) = 0.5;$$

$$\mu \sim(A2) = \max(0.75, 0.9, 0.85, 0.5, 0.7) = 0.9$$

$$A(*) = \max(0.5, 0.9) = 0.9(A2).$$

Диагноз: при данном состоянии наиболее вероятное заболевание **неспецифические язвенные колиты**.

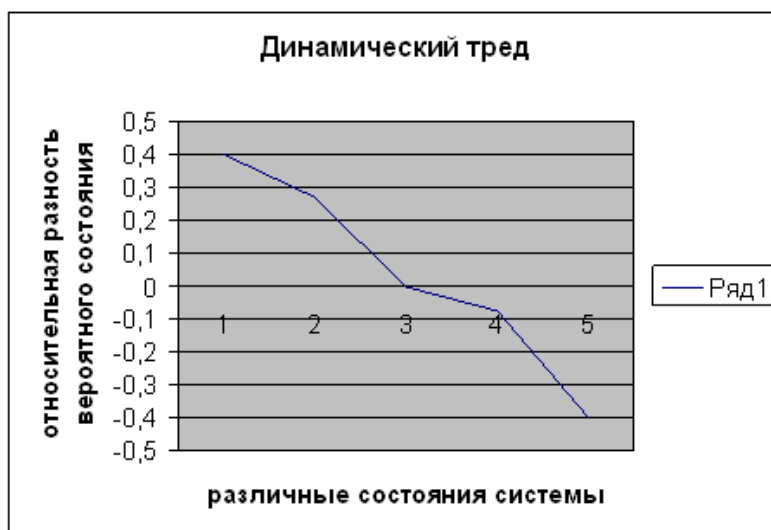
Состояние и глубина поражения стенки кишки: трансмуральное, наблюдается кровавый стул, поражение прямой кишки, наружные и внутренние свищи, при пальпации живота определены опухолевидные образования (спаечное сращение петель), поражена илеоцекальная область, эндоскопические исследования показали: афты и непрерывное поражение описывается математически следующим множеством:

$$\{0.5/X_1; 0.7/X_3; 0.8/X_4; 0.9/X_6; 0.3/X_7; 0.2/\tilde{O}_{10}; 0.9/X_{12}; \}$$

Вычислим исходы для множеств, отличающиеся степенью выраженности симптомов. Соответственно, исходы заболеваний представлены в таблице:

№	Состояния	исход	диагноз	$\Delta P = \frac{\mu(A1) - \mu(A2)}{\mu(A1)}$
1	$\left\{ \begin{array}{l} 0.9/X1; 0.5/X3; 0.5/X4; 0.9/X6; \\ 0.9/X7; 0.8/\tilde{O}10; 0.2/X12; \end{array} \right\}$	0.9,0.5	Болезнь Крона	0.4
2	$\left\{ \begin{array}{l} 0.9/X1; 0.2/X3; 0.9/X4; 0.9/X6; \\ 0.9/X7; 0.2/\tilde{O}10; 0.5/X12; \end{array} \right\}$	0.9,0.65	Болезнь Крона	0.27
3	$\left\{ \begin{array}{l} 0.5/X1; 0.7/X3; 0.7/X4; 0.5/X6; \\ 0.5/X7; 0.5/\tilde{O}10; 0.5/X12; \end{array} \right\}$	0.9,0.9	Равновероятное	0
4	$\left\{ \begin{array}{l} 0.3/X1; 0.5/X3; 0.5/X4; 0.3/X6; \\ 0.3/X7; 0.3/\tilde{O}10; 0.9/X12; \end{array} \right\}$	0.79,0.85	Возможно не- специф. язвен- ный колит	-0.075
5	$\left\{ \begin{array}{l} 0.5/X1; 0.7/X3; 0.8/X4; 0.9/X6; \\ 0.3/X7; 0.2/\tilde{O}10; 0.9/X12; \end{array} \right\}$	0.5, 0.7	Неспециф. яз- венный колит	-0.4

Результаты свидетельствуют, что данный математический подход обладает рядом преимуществ относительно таких математических методов диагностики, ставшим классическим, как метод Байеса, согласно которого при данном симптомокомплексе должен быть однозначный диагноз: болезнь Крона. Учет степени выраженности симптомов, как видно из таблицы, позволяет усомниться в этом. При определенном сочетании степени выраженности симптомов при данном симптомокомплексе, диагнозы становятся не только равновероятными, но и наблюдается изменение диагноза заболевания. Этот фактор позволяет использовать данный математический подход для прогноза заболеваний, поскольку при соответствующей терапии и с течением времени изменяется степень выраженности симптомов в ту или другую сторону.



Связав состояния системы с временным рядом, получим динамический тред для заболеваний болезнь Крона и неспецифический язвенный колит, относящиеся к одному нозологическому классу. По оси ординат откладываем относительную разность между вероятными состояниями. По оси абсцисс - время в относительных единицах. Очевидно, пространство точек находящиеся выше оси абсцисс соответствуют

вероятному заболеванию: болезнь Крона, ниже - неспецифическому язвенному колиту.

Анализ диаграммы позволяет не только наблюдать течение заболеваний при соответствующей терапии, либо при хирургическом вмешательстве, но выявить следующие характеристики:

- диагноз (наиболее вероятное заболевание при данном симптомокомплексе);
- информативность симптома;
- влияние степени выраженности симптомов на диагноз и др.

Необходимость проведения различного мониторинга в здравоохранении, а также проведения успешного прогнозирования заболевания ведет к интенсивным научным поискам путей создания и разработке современных автоматизированных информационно-технологических систем. Наиболее эффективными средствами информационно-технологического взаимодействия являются информационно-технологические системы. Разрабатываемые математические методы диагностирования и прогнозирования заболеваний с применением современной вычислительной техники составляют основу современных информационно-технологических систем применяемых в медицине.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нурмаганбетова М.О. Применение математической модели в диагностике. Материалы международной конференции “Медицина и образование в 21 веке”, посвященной 70-летию КазГМУ, Алматы, 2001г
2. Огороков А.Н. Диагностика болезней внутренних органов. Москва. 2005г.
3. Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федеров И.П. Принятие решений на основе нечетких множеств.-Рига Зинатие, 1990-184с.