

УДК 519.63; 519.684; 504.3.054

Аскарова З.Б., Асылбекулы А., Большакова Н.А., Жакебаев Д.Б.\*

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Республика Казахстан, г. Алматы

E-mail: \*daurjaz@mail.ru

### Моделирование динамики твердых частиц в облаке, образовавшемся при наземном взрыве ракеты-носителя

В работе рассматривается моделирование динамики твердых частиц почвы в облаке, образовавшемся при наземном взрыве. Моделирование наземного взрыва для несущей фазы проводится на основе отфильтрованного нестационарного трехмерного уравнения Навье-Стокса, а также для моделирования дисперсной фазы осуществляется уравнением движения частицы с учетом силы взрыва. Построен численный алгоритм для решения задачи динамики твердых частиц в облаке, образовавшемся при наземном взрыве ракеты - носителя. Численное решение уравнения для движения частиц осуществляется конечно-разностным методом с использованием пента – диагональной матрицы. Для аппроксимации конвективных и диффузионных членов уравнений используется схема четвертого порядка точности  $O(t^3, h^4)$ . Уравнение для давления решается методом Фурье, в комбинации с матричной прогонкой. Разработанный численный алгоритм реализован в виде программного кода на языке Фортран. Полученные результаты изменения траектории частиц по времени в зависимости от начальной турбулентной энергии взрыва ракеты-носителя (РН) позволяют достаточно точно рассчитать динамику твердых частиц по времени и определить их траекторию. Данная модель может быть применена в решениях экологических проблем, связанных с техногенными процессами и аварийными ситуациями. Данная модель может быть применена в решении проблемы в экологических задачах, связанных с техногенными процессами и аварийными ситуациями.

**Ключевые слова:** моделирование, частицы, взрыва, ракета - носитель, конечно-разностный метод, турбулентность.

Askarova Z.B., Assylbekuly A., Bolshakova N.A., Zhakebayev D.B.

### Modeling the dynamics of solid particles in the cloud formed at ground explosion booster

This work deals with the modelling of dynamics of solid soil particles in the cloud formed by ground explosion. Simulation for ground blast carrier phase is based on three-dimensional unsteady filtered Navier-Stokes equations for simulation and the dispersed phase particles is carried out by the equation of motion with regard explosion force. A numerical algorithm for solving the dynamics of the solid particles in the cloud formed by the explosion of the rocket carrier ground. The numerical solution of the equations for the motion of the particles using the finite difference method using a penta - diagonal matrix. To approximate the convective and diffusive terms of the equations the fourth order accuracy scheme  $O(t^3, h^4)$  is used. The pressure equation is solved by the Fourier method, in combination with the matrix sweep methods. A numerical algorithm is implemented in the form of programm code in Fortran. The results obtained by changing the trajectories of particles of time depending on the initial turbulent energy carrier rocket explosion (CR) allows to calculate accurately the dynamics of solids in time and determine their trajectory.

**Key words:** modeling, particles, explosion, booster, finite-difference method, turbulence.

Асқарова З.Б., Асылбекұлы А., Большакова Н.А., Жакебаев Д.Б.

### Зымыран тасымалдаушысының жер бетінде жарылыс кезіндегі бұлтта түзілген қатты бөлшектердің динамикасын модельдеу

Бұл жұмыс жарылыс кезіндегі бұлтта түзілген топырақтағы қатты бөлшектердің динамикасының моделін қарастырады. қозғалмалы фаза үшін жер бетінде жарылыс кезіндегі модельге филтрирленген стационар емес үш өлшемді Навье Стокс теңдеуі алынады, сонымен қатар дисперсті фазаны модельдеу үшін жарылыс күшін ескере отырып бөлшектердің қозғалыс теңдеуі арқылы жүзеге асырылады. Зымыран тасымалдаушысының жер бетінде жарылыс кезіндегі бұлтта түзілген топырақтағы қатты бөлшектердің динамикасына сандық алгоритм тұрғызылған. Бөлшектердің қозғалыс теңдеуі үшін сандық шешімі ақырлы айрымдылық әдіспен қоса пента диагональдік матрицамен жүзеге асады. қозғалыстың конвективті және диффузиялық мүшелерін аппроксимациялау үшін төртінші дәлдіктегі сұлба қолданылады  $O(t^3, h^4)$ , қысым өрісінің теңдеуі матрицалық қуалаумен бірге Фурье әдісімен шешіледі. Сандық алгоритм Fortran бағдарламалық код түрінде жүзеге асырылады. Алынған нәтижелер зымыран тасымалдаушысының (ЗТ) турбуленттік жарылыс энергиясының басапқы мәндеріне байланысты бөлшектердің уақыт бойынша траекторияларының өзгерісі арқылы қатты бөлшектердің уақыт бойынша динамикасын және олардың траекториясын дәл есептеуге мүмкіндік береді. Бұл модель техногендік процестерді және апат жағдайларына байланысты экологиялық проблемаларды шешу үшін қолданылуы мүмкін.

**Түйін сөздер:** модельдеу, қатты бөлшектер, жарылыс, зымыран тасымалдаушы, ақырлы-айрымдылық әдіс, турбуленттік.

## 1 Введение

Аварийные падения ракет-носителей часто сопровождаются наземным взрывом, при котором в атмосферу выбрасывается большое количество газообразных и твердых частиц, образуя облако, вызывающее у населения панику и опасение за свое здоровье. На сегодняшний день природа, поведение такого облака и его влияние на окружающую среду не изучены.

Как показали последние аварии ракет-носителей «Протон» в 2007 и в 2013 годах и РС-20 (РН «Днепр») в 2006 году, отсутствие информации о свойствах и динамике облака осложняет оперативный анализ складывающейся экологической ситуации и создает трудности при оценке последствий аварий на территории Республики Казахстан.

Проведение экспериментальных замеров механического и химического составов облака, его температуры, взаимодействия с окружающей средой, в связи со скоротечностью процесса его образования и рассеивания не представляется возможным. В связи с этим единственным методом для решения данной проблемы является моделирование. Это стало основанием проведения научной работы по теме «Разработка программного комплекса моделирования динамики облака, образовавшегося при наземном взрыве ракеты-носителя», выполняемой по Договору № 341 от 12 февраля 2015 г. между Комитетом науки Министерства образования Республики Казахстан и РГП «НИЦ «Гарыш-Экология», в рамках государственного заказа по бюджетной программе 055 «Научная и (или) научно-техническая деятельность», подпрограммы 101 «Грантовое финансирование научных исследований». Цель работы - разработать динамическую модель состава и переноса облака, образовавшегося при наземном взрыве ракеты-носителя с учетом физических и химических факторов, протекающих внутри облака.

В данной статье приводится один из этапов моделирования – создание трехмерной математической модели динамики твердых частиц и ее численная реализация.

В первые моменты после взрыва раздробленный грунт из взрывной полости выносятся в область детонации и поднимается над поверхностью в виде плотного газогрунтового «султана». По мере расширения высокотемпературного вещества «султана» и вовлечения в него окружающего воздуха формируется первичный взрывной выброс, размеры которого достигают в поперечнике десятки метров. Этот размер является начальным радиусом сферического перегретого газового клуба, покидающего первичный выброс под действием сил всплытия. Одновременно с отрывом сферического клуба происходит вылет по инерции за пределы первичного выброса твердой его фазы – грунта и фрагментов конструкций изделия. Часть выброшенного грунта образует кольцевой вал вокруг воронки. Другая часть грунта, в зависимости от размера и массы раздробленных частиц разлетается от места взрыва. Невозможность измерения дисперсности почвенных частиц объясняется сложностью обнаружения раздробленных взрывом частиц почвы на поверхности земли. По данным наблюдений основной вклад в крупно-дисперсную фазу выброса на расстояниях до 1 км от эпицентра дают частицы почвы диаметром более 1000 мкм, на расстояниях 2 – 5 км – частицы диаметром 100 – 500 мкм. Основная масса частиц диаметром менее 100 мкм выпадает из взрывного облака на удалениях более 5 км [1].

Размеры образовавшейся воронки зависят главным образом от мощности взрыва и свойств почво-грунтов. Мощность взрыва и глубина воронки связаны соотношением [2]:

$$q = K \cdot W^3(0,4 + 0,6n^3) \tag{1}$$

$$W = \sqrt[3]{\frac{q}{1,35n}} \tag{2}$$

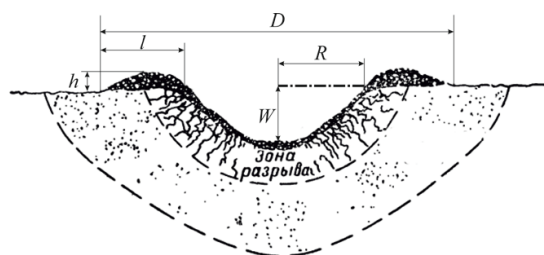
где  $q$  – мощность взрыва;  $K$  – расчетный удельный расход ВВ, кг/м<sup>3</sup> (для суглинков в среднем 1,35);  $n$  – показатель действия взрыва,  $W$  – глубина воронки, м.

Радиус воронки может быть определен по формуле

$$R = \frac{W}{K_B} \tag{3}$$

где  $K_B$  – коэффициент, зависящий от свойств грунта и равный 0,4 – 0,5 для сухого песка; 0,45 – 0,55 для влажного песка, супеси и суглинка; 0,5 – 0,7 для глины [3].

Объем выброшенного грунта соответствует объему образовавшейся воронки (Рисунок 1).



**Рисунок 1** - Характерные размеры воронки:  $W$  – глубина воронки,  $R$  – радиус воронки,  $D$  – полный диаметр зоны, включающий кольцевой вал,  $h$  – высота вала,  $l$  – ширина вала.

Приближенная величина объема воронки, если принять, что она имеет форму параболоида, определяется формулой [4]

$$V_{vor} = \frac{\pi W(2R)^2}{8} \quad (4)$$

где  $W$  – глубина воронки, м;  $R$  – радиус воронки, м.

Если известен объем почвы находим массу почвы

$$M = V\rho \quad (5)$$

где  $M$  – общая масса выброшенной почвы, кг;  $V$  – объем почвы, м<sup>3</sup>;  $\rho$  – плотность почвы, кг/м<sup>3</sup>.

$$M = M_1 + M_2 \quad (6)$$

где  $M_1$  – масса почвы, образовавшая кольцевой вал,  $M_2$  – масса почвы, выпавшей за пределами воронки.

Полный диаметр зоны, включающий кольцевой вал, составляет примерно два диаметра воронки или четыре радиуса, а высота вала примерно равна одной четвертой части глубины воронки [4].

$$D \approx 4R \quad (7)$$

$$h = 0.25W \quad (8)$$

В соответствии с формулой (7) ширина вала  $l$  приблизительно будет равна радиусу воронки  $R$ , т.е.  $l \sim R$ .

При расчете объема кольцевого вала используется формула

$$V_{val} = Sh \quad (9)$$

где площадь вала  $S = \pi R^2$ , м<sup>2</sup>;  $h$  – высота вала, м.

Масса почвы, образующей вал, равна

$$M_1 = \pi R^2 h \rho \quad (10)$$

Масса почвы, выпавшей за пределами воронки равна

$$M_2 = M - M_1 \quad (11)$$

На этапе развития взрыва образуется огненный шар, имеющий сложную структуру: внутренняя область занята продуктами взрыва с плотностью на порядок меньше плотности невозмущенного воздуха и температурой 800 – 1000 К при взрыве РН «Протон»; внешняя область представляет собой воздушный шаровой слой, в котором температура падает от 1000 К на внутренней границе слоя до температуры невозмущенной атмосферы на его внешней границе [1]. Размеры огненного шара прямо пропорциональны мощности взрыва. Взаимосвязь между средним радиусом шара и мощностью взрыва выражена следующей формулой

$$R = 43,5q^{0,4} \quad (12)$$

где  $R$  – радиус огненного шара в метрах,  $q$  – мощность взрыва в килотоннах [4]. Объем шара находится по известной формуле

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \tag{13}$$

Продукты взрыва и частицы поднятой взрывом почвы за счет турбулентного перемешивания формируют газо-пылевое облако. В первые моменты после образования облако начинает подниматься до тех пор, пока не начинает проявляться стратификация среды. Объем облака за счет диффузионных процессов увеличивается. Для стандартной атмосферы высота поднятия облака связана с выделившейся энергией соотношением

$$H = 1,87E^{\frac{1}{4}} \tag{14}$$

где  $H$  – высота зависания, м;  $E$  – энергия, Дж [5].

Расчетные параметры формулы (1) - (14) объединены в таблицы баз данных, необходимых для расчета начальных и граничных условий математической модели.

## 2 Постановка задачи

Расчеты проводились в прямоугольной области (Рисунок 2). На рисунке представлена начальная структура облака, сформировавшегося от энергии взрыва. Данные области  $G$  получены из формул (1) - (14).

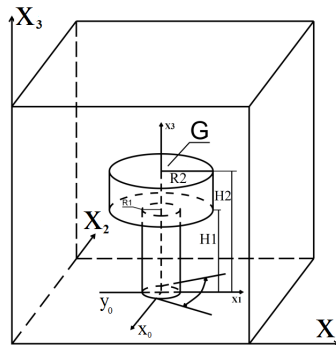


Рисунок 2 - Схематическая иллюстрация постановки задачи.

Численное моделирование движения несущей фазы описывается трехмерными уравнениями Навье-Стокса

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_p, \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \tau_{ij} &= \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j, \\ f_p &= -\sum_{n=1}^{N_p} \frac{m_p}{\tau_p} (u_i - v_{i,n}) \delta(x_i - y_{i,n}). \end{aligned} \right. \tag{15}$$

где  $\bar{u}_i$  – компоненты скорости,  $\bar{p}$  – давление,  $t$  – время,  $Re = Lu/\nu$  – число Рейнольдса,  $u$  – характерная скорость,  $L$  – характерная длина,  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости,  $\rho$  – плотность,  $f_p$  – сила твердых частиц,  $\tau_{i,j}$  – подсеточный тензор, отвечающий за мелкомасштабные структуры, который нужно моделировать,  $i, j = 1, 2, 3$ . Для моделирования подсеточного тензора используется вязкостная модель, которая представляется в виде:

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = -2\nu_T \bar{S}_{ij},$$

где  $\nu_T = C_S \Delta^2 (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{\frac{1}{2}}$  – турбулентная вязкость;  $C_S$  – эмпирический коэффициент;  $\Delta = (\Delta_i \Delta_j \Delta_k)^{\frac{1}{2}}$  – ширина сеточного фильтра;  $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$  – величина тензора скоростей деформации.

При движении в жидкости или газе тело всегда испытывает сопротивление со стороны среды, т.е. ускоряется или замедляется под действием относительного движения тела и среды. Сила сопротивления зависит как от свойств среды (плотности, вязкости), так и от скорости и формы тела. Впервые закон сопротивления для движущихся тел был получен Ньютоном в виде:

$$\vec{F}_s = -C_D S_m \rho \frac{|U|U}{2} \quad (16)$$

где  $\vec{F}_s$  – сила сопротивления;  $\rho$  – плотность потока;  $S_m$  – площадь сечения тела (максимальная площадь сечения тела в плоскости, перпендикулярной направлению его движения);  $U = u_p - u$  – вектор скорости относительного движения тела и среды;  $u_p, u$  – векторы скорости тела и несущей среды;  $C_D$  – безразмерный коэффициент сопротивления, зависящий от формы тела и режима движения.

В гравитационном поле на частицу (как покоящуюся, так и движущуюся) действует сила тяжести

$$F_g = \rho_p V_p g \quad (17)$$

где,  $V_p$  – объем частицы,  $\rho$  – плотность дисперсной среды,  $\bar{g}$  – вектор ускорения свободного падения.

Общее векторное уравнение движения частицы дисперсной фазы (твердой частицы, капли или пузырька) имеет вид второго закона Ньютона

$$m_p \frac{du_p}{dt} = F_g + F_s \quad (18)$$

где  $m_p$  – масса частицы;  $u_p$  – вектор скорости частицы; векторы сил,  $F_g, F_s$  действующих на частицу.

Для частицы сферической формы диаметром  $D$  :

$$m_p = \frac{\pi D^3}{6} \rho_p \quad (19)$$

где  $\rho_p$  – плотность материала частицы.

Требуется найти зависимость скорости частицы от расстояния и от времени. В нашем случае на частицу действует только сила сопротивления (несущая сила). Тогда с учетом (16)) уравнение изменения траектории частицы записывается в виде (20)

$$\frac{dx_p}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{C_D}{d_p} \left(\frac{\rho}{\rho_p}\right) |u_p - u_i| (u_p - u_i) \quad (20)$$

### 3 Начальные и граничные условия

Для данной задачи важна энергия взрыва РН, определяемая тротильным эквивалентом  $T\Theta_\tau$  находящегося на РН к моменту взрыва  $\tau_1$  запаса компонентов ракетного топлива (КРТ) [6]:

$$T\Theta_\tau = T\Theta_0 \left(1 - \frac{m_\Sigma \tau_1}{M_0}\right), \quad \text{кг} \quad (21)$$

где  $T\Theta_0$  – тротильный эквивалент полностью заправленной РН в кг тринитротолуола (ТНТ);  $m_\Sigma$  – суммарный расход КРТ в полете, кг/с;  $M_0$  – масса КРТ в полностью заправленной РН, кг.

$$M_b = (M_0 - m_\Sigma \tau_1) \frac{T\Theta_\tau}{T\Theta_0} \cdot k, \quad k = 0, 1 \quad (22)$$

где  $k$  – отношение энергий, выделяющихся при взрыве 1 кг ТНТ и сгорании 1 кг топлива. Для топливных пар «НДМГ – АТ» и «керосин – кислород»  $k=0,1$  [7]. Полная энергия, выделяющаяся при взрыве РН, определяется соотношением (23):

$$A = M_b \cdot E_{КТ}, \quad \text{Дж} \quad (23)$$

где  $E_{КТ}$  – удельная теплота сгорания 1 кг топлива, Дж/кг, при этом  $\sim 90\%$  выделяющейся при взрыве энергии расходуется на формирование ударной волны и  $\sim 10\%$  – на сообщение скорости продуктам взрыва [7].

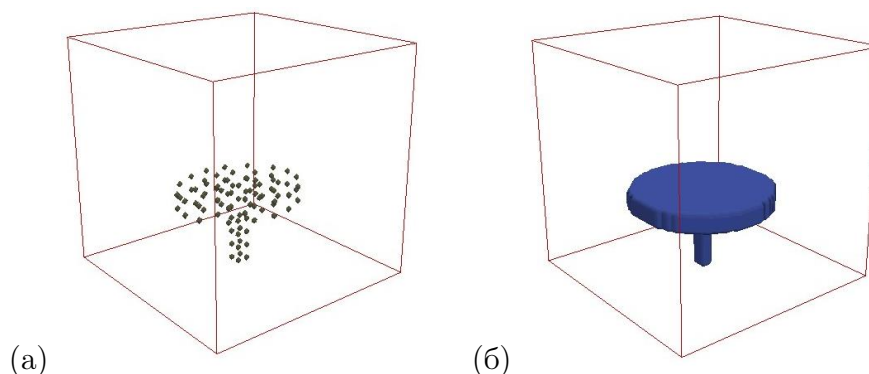


Рисунок 3 - Начальное распределение частиц почвы (а) и в облаке (б).

#### Начальные условия:

$$u_i(x_1, x_2, x_3, t = 0) = u_p(x_1, x_2, x_3, t = 0) = u_0(x, y, z), x \in G$$

$$\bar{u}_i(x_1, x_2, x_3, t = 0) = u_p(x_1, x_2, x_3, t = 0) = 0, x \notin G, i = 1, 2, 3.$$

$$u_0(x_1, x_2, x_3) = \frac{2}{3}A \cdot \exp\left(-\frac{(x_1 - x_0)^2 + (x_2 - y_0)^2}{R^2}\right)$$

$$\text{где } A = M_b \cdot E_{KT}, \quad R = \begin{cases} R_1^2 < (x_1 - x_0)^2 + (x_2 - y_0)^2, & 0 < x_3 < H_1 \\ R_2^2 < (x_1 - x_0)^2 + (x_2 - y_0)^2, & H_1 < x_3 < H_2. \end{cases}$$

**Граничные условия:**

$$\frac{\partial u_i}{\partial n} = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$$u_i(x_1, x_2, x_3 = 0, t) = u_p(x_1, x_2, x_3 = 0, t) = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

#### 4 Численный метод

Численное решение математической модели динамики твердых частиц почвы в облаке основанной на трехмерном уравнении Навье-Стокса и уравнении движения твердых частиц с учетом силы взрыва проведено по схеме расщепления по физическим параметрам в три этапа.

На первом этапе решается уравнение Навье-Стокса без учета давления. Для аппроксимации конвективных и диффузионных членов промежуточного уравнения для поля скоростей используется конечно-разностный метод в комбинации с пента-диагональной матрицей, который позволяет повысить порядок точности по времени и пространству  $O(t^3, h^4)$  без введения изменений в количестве узлов. На втором этапе решается трехмерное уравнение Пуассона, полученное из уравнения неразрывности с учетом поля скоростей первого этапа методом матричной прогонки [8]. Полученное поле давления используется на третьем этапе для пересчета окончательных полей скоростей, значения которых применяются при решении уравнения движения твердых частиц и уравнения изменения траектории частиц.

Промежуточное поле скорости находится при использовании схемы Кранка-Николсона в комбинации с методом пятиточечной прогонки.

Рассмотрим горизонтальную составляющую компоненты скорости  $u_1$  в точке сетки  $(i + \frac{1}{2}jk)$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial(u_1 u_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(u_1 u_2)}{\partial x_2} + \frac{\partial(u_1 u_3)}{\partial x_3} &= \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right) - \\ &- \left( \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_3} \right) + f_p \end{aligned} \quad (24)$$

При применении схемы Кранка-Николсона уравнение (24) примет вид:

$$\begin{aligned} u_{1i+\frac{1}{2}jk}^{*n+1} - u_{1i+\frac{1}{2}jk}^n &= -\frac{3t}{2} [hx]_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \frac{t}{2} [hxp]_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + t [ax]_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \\ &+ \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left( \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_1^2} \right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} + \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left( \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_2^2} \right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} + \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left( \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_3^2} \right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \\ &- \frac{3t}{2} [\tau x]_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \frac{t}{2} [\tau xp]_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + f_p \end{aligned} \quad (25)$$



где

$$[hx]_{i+\frac{1}{2}jk}^n = \left(\frac{\partial u_1 u_1}{\partial x_1}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \left(\frac{\partial u_1 u_2}{\partial x_2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \left(\frac{\partial u_1 u_3}{\partial x_3}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n$$

$$[hxp]_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} = \left(\frac{\partial u_1 u_1}{\partial x_1}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + \left(\frac{\partial u_1 u_2}{\partial x_2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + \left(\frac{\partial u_1 u_3}{\partial x_3}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1}$$

$$[ax]_{i+\frac{1}{2}jk}^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left[ \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n \right]$$

$$[\tau x]_{i+\frac{1}{2}jk}^n = \left(\frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \left(\frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \left(\frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_3}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^n$$

$$[\tau xp]_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} = \left(\frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + \left(\frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + \left(\frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_3}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1}$$

Далее левую часть уравнения (25) обозначим через  $q_{i+\frac{1}{2}jk}$

$$q_{i+\frac{1}{2}jk} \equiv u_{1i+\frac{1}{2}jk}^{*n+1} - u_{1i+\frac{1}{2}jk}^n \tag{26}$$

Найдем  $u_{1i+\frac{1}{2}jk}^{*n+1}$  из уравнения (26)

$$u_{1i+\frac{1}{2}jk}^{*n+1} = q_{i+\frac{1}{2}jk} + u_{1i+\frac{1}{2}jk}^n$$

Заменяя все  $u_{1i+\frac{1}{2}jk}^{*n+1}$  из уравнения (25) получим

$$\begin{aligned} q_{i+\frac{1}{2}jk} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x_1^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x_2^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x_3^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} = \\ = -\frac{3t}{2} [hx]_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \frac{t}{2} [hxp]_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + 2 \cdot t [ax]_{i+\frac{1}{2}jk}^n - \\ - \frac{3t}{2} [\tau x]_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \frac{t}{2} [\tau xp]_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + f_p \end{aligned} \tag{27}$$

Приведем уравнение (27) в вид

$$\left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}\right] q_{i+\frac{1}{2}jk} = d_{i+\frac{1}{2}jk} \quad (28)$$

где

$$d_{i+\frac{1}{2}jk} = -\frac{3t}{2} [hx]_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \frac{t}{2} [hxp]_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + 2 \cdot t [ax]_{i+\frac{1}{2}jk}^n - \frac{3t}{2} [\tau x]_{i+\frac{1}{2}jk}^n + \frac{t}{2} [\tau xp]_{i+\frac{1}{2}jk}^{n-1} + f_p$$

Чтобы получить третий порядок точности по времени напишем

$$\left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\right] \left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right] \left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}\right] q_{i+\frac{1}{2}jk} = d_{i+\frac{1}{2}jk} \quad (29)$$

Чтобы определить  $q_{i+\frac{1}{2}jk}$  уравнение (29) решается в 3-х этапах.

$$\left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\right] A_{i+\frac{1}{2}jk} = d_{i+\frac{1}{2}jk}$$

$$\left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right] B_{i+\frac{1}{2}jk} = A_{i+\frac{1}{2}jk}$$

$$\left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}\right] q_{i+\frac{1}{2}jk} = B_{i+\frac{1}{2}jk}$$

На первом этапе  $A_{i+\frac{1}{2}jk}$  ищется в направлении координаты  $x_1$  :

$$\left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\right] A_{i+\frac{1}{2}jk} = d_{i+\frac{1}{2}jk}$$

$$A_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x_1^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} = d_{i+\frac{1}{2}jk}$$

$$A_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{-A_{i+\frac{5}{2}jk}^{n+1} + 16 \cdot A_{i+\frac{3}{2}jk}^{n+1} - 30 \cdot A_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} + 16 \cdot A_{i-\frac{1}{2}jk}^{n+1} - A_{i-\frac{3}{2}jk}^{n+1}}{12\Delta x_1^2} = d_{i+\frac{1}{2}jk}$$

$$s_1 \cdot A_{i+\frac{5}{2}jk}^{n+1} - 16 \cdot s_1 \cdot A_{i+\frac{3}{2}jk}^{n+1} + (1 + 30 \cdot s_1) \cdot A_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - 16 \cdot s_1 \cdot A_{i-\frac{1}{2}jk}^{n+1} + s_1 \cdot A_{i-\frac{3}{2}jk}^{n+1} = d_{i+\frac{1}{2}jk} \quad (30)$$

где  $s_1 = \frac{t}{24 \cdot \text{Re} \cdot \Delta x_1^2}$

Данное уравнение (30) решается методом пятиточечной прогонки, в результате применения которого находится  $A_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1}$ .

На втором этапе  $B_{i+\frac{1}{2}jk}$  ищется в направлении координаты  $x_2$  :

$$\left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right] B_{i+\frac{1}{2}jk} = A_{i+\frac{1}{2}jk}$$

$$B_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2 B}{\partial x_2^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} = A_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1}$$

$$B_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{-B_{i+\frac{1}{2}j+2k}^{n+1} + 16 \cdot B_{i+\frac{1}{2}j+1k}^{n+1} - 30 \cdot B_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} + 16 \cdot B_{i+\frac{1}{2}j-1k}^{n+1} - B_{i+\frac{1}{2}j-2k}^{n+1}}{12\Delta x_2^2} = A_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1}$$

$$s \cdot B_{i+\frac{1}{2}j+2k}^{n+1} - 16 \cdot s \cdot B_{i+\frac{1}{2}j+1k}^{n+1} + (1 + 30 \cdot s) \cdot B_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - 16 \cdot s \cdot B_{i+\frac{1}{2}j-1k}^{n+1} + s \cdot B_{i+\frac{1}{2}j-2k}^{n+1} = A_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} \quad (31)$$

где  $s = \frac{t}{24 \cdot \text{Re} \cdot \Delta x_2^2}$

Данное уравнение (31) решается методом пятиточечной прогонки, в результате применения которого находится  $B_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1}$ .

На третьем этапе  $q_{i+\frac{1}{2}jk}$  ищется в направлении координаты  $x_3$  :

$$\left[1 - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}\right] q_{i+\frac{1}{2}jk} = B_{i+\frac{1}{2}jk}$$

$$q_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x_3^2}\right)_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} = B_{i+\frac{1}{2}jk}$$

$$q_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{-q_{i+\frac{1}{2}j+2k}^{n+1} + 16 \cdot q_{i+\frac{1}{2}j+1k}^{n+1} - 30 \cdot q_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} + 16 \cdot q_{i+\frac{1}{2}j-1k}^{n+1} - q_{i+\frac{1}{2}j-2k}^{n+1}}{12\Delta x_3^2} = B_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1}$$

$$s_2 \cdot q_{i+\frac{1}{2}j+2k}^{n+1} - 16 \cdot s_2 \cdot q_{i+\frac{1}{2}j+1k}^{n+1} + (1 + 30 \cdot s_2) \cdot q_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} - 16 \cdot s_2 \cdot q_{i+\frac{1}{2}j-1k}^{n+1} + s_2 \cdot q_{i+\frac{1}{2}j-2k}^{n+1} = B_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} \quad (32)$$

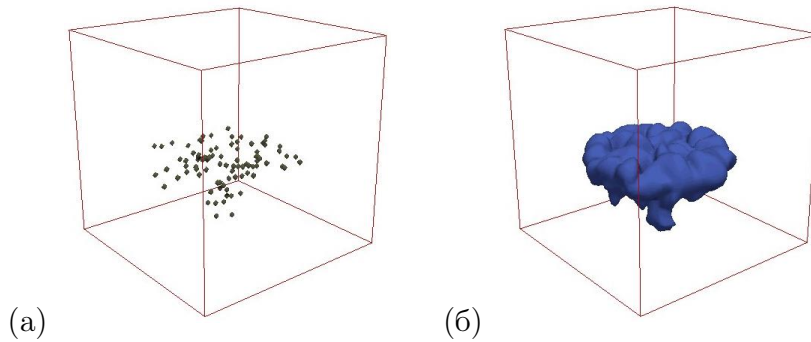
где  $s_2 = \frac{t}{24 \cdot \text{Re} \cdot \Delta x_3^2}$

Данное уравнение (32) решается методом пятиточечной прогонки, в результате применения которого находится  $q_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1}$ .

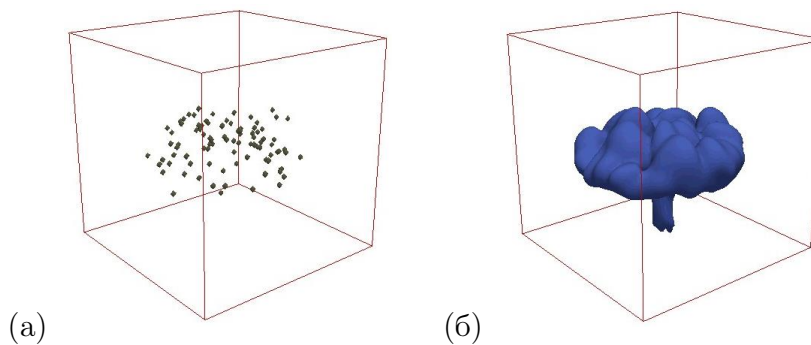
После того как мы определили значение  $q_{i+\frac{1}{2}jk}^{n+1}$  мы находим  $u_{1i+\frac{1}{2}jk}^{*n+1}$ .

$$u_{1i+\frac{1}{2}jk}^{*n+1} = q_{i+\frac{1}{2}jk} + u_{1i+\frac{1}{2}jk}^n$$

Компоненты скорости  $u_{2ij+\frac{1}{2}k}^{*n+1}$  и  $u_{3ijk+\frac{1}{2}}^{*n+1}$  находятся аналогично.



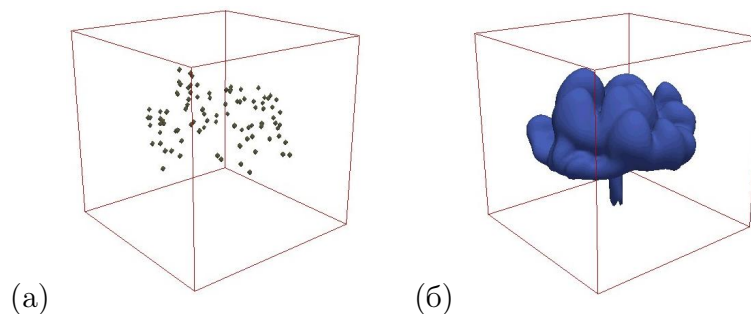
**Рисунок 4** - Распределение частиц почвы (а) и в облаке (б) через 0.25 с после взрыва.



**Рисунок 5** - Распределение частиц почвы (а) и в облаке (б) через 0.5 с после взрыва.

## 5 Результаты моделирования

Заданы следующие начальные и граничные условия: моделирование проводится в кубической области с физическим размером ребра куба 1280 м и расчетной сеткой 64x64x64; остатки КРТ на момент взрыва - 223,5 тонн и мощность взрыва  $q = 40,8$ . На рисунке 3 изображена начальная структура облака и распределение частиц почвы в облаке в результате энергии взрыва. Дальнейшее изменение динамики частиц происходит за счет турбулентной энергии. На рисунках 3 - 7 представлена динамика изменения объема облака, движение частиц и облака в различные моменты времени 0.25, 0.5, 0.75 и 1.0 секунд после взрыва. По рисункам видно, что от амплитуды турбулентной энергии зависит скорость частиц и поднятие облака.



**Рисунок 6** - Распределение частиц почвы (а) и в облаке (б) через 0.75 с после взрыва.

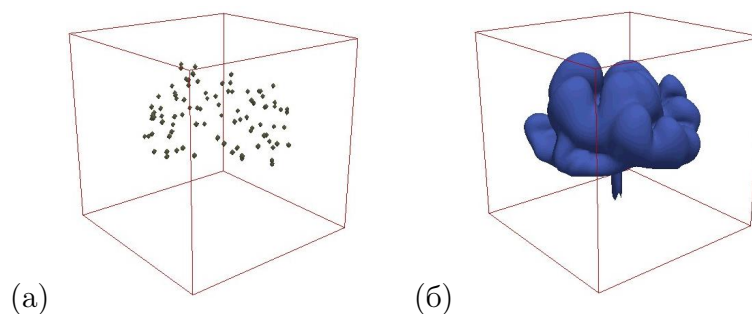


Рисунок 7 - Распределение частиц почвы (а) и в облаке (б) через 1.0 с после взрыва.

## 6 Заключение

Таким образом, разработана трехмерная математическая модель динамики твердых частиц в облаке, образовавшемся при наземном взрыве ракеты-носителя. С помощью расчетных параметров определены начальные и граничные условия. Разработан вычислительный алгоритм решения модели, основанный на трехмерном уравнении Навье-Стокса и уравнении движения твердых частиц с учетом силы взрыва. Проведена численная реализация модели.

Анализируя результаты моделирования можно сделать следующее заключение: при моделировании взрыва в пограничном слое атмосферы перенос твердых частиц происходит за счет турбулентной диффузии, распространяясь на весь пограничный слой. Полученные результаты позволяют достаточно точно рассчитать динамику твердых частиц по времени и определить их траекторию.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант №0383/ГФ4.

## Литература

- [1] Адушкин В.В., Козлов С.И., Петров А.В. Экологические проблемы и риски воздействий ракетно-космической техники на окружающую среду. - М.: Анкил, 2002. - 640 с.
- [2] Под ред. Авдеева Ф.А. Технические правила ведения взрывных работ на дневной поверхности. - М.: Недра, 1972. - 239 с.
- [3] Под ред. Орленко Л.П. Физика взрыва. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - Т. 1. - 832 с.
- [4] Под ред. Соминского Е.М. Действие ядерного оружия. - М.: Воениздат, 1965. - 679 с.
- [5] Якуш С.Е. Гидродинамика и горение газовых и двухфазных выбросов в открытой атмосфере: дис. ... док. ф.-м. наук: 01.02.05. - Москва, 2000. - 336 с.
- [6] Бирюков Г. П., Смирнов В. И. Элементы теории проектирования ракетно космических комплексов. - М.: МАИ, 2003. - 288 с.
- [7] Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. - М.: Наука, 1973. - 416 с.
- [8] Zhumagulov B.T., Zhakebayev D.B., Abdibekova A.U. The decay of mhd turbulence depending on the conducting properties of environment // Magnetohydrodynamics. -2014. -№2(50). -P. 121–138.

## References

- [1] *Adushkin V.V., Kozlov S.I., Petrov A.V.* Environmental problems and the risk of exposure rocket and space technology on the environment. - M.: Ankil, 2002. - 640 p.
- [2] *Edited by Avdeev F.A.* Technical rules of blasting on the surface. - M.: Nedra, 1972. – 239 p.
- [3] *Edited by Orlenko L.P.* Explosion Physics. - M.: FIZMATLIT, 2002. - Т. 1. - 832 p.
- [4] *Edited by Sominskij E.M.* Operation of Nuclear Weapons. - M.: Voenizdat, 1965. – 679 p.
- [5] *Yakush S.E.* Hydrodynamics and burning of gas and two-phase emissions in an open atmosphere: dis. ... doctor of physico-mathematical Sciences: 01.02.05. - Moscow, 2000. – 336 p.
- [6] *Biryukov G. P., Smirnov V. I.* Elements of design theory of rocket space systems. - M.: MAI, 2003. – 288 p.
- [7] *Lavrentiev M. A., Shabat B. V.* Problems of hydrodynamics and their mathematical models. - M.: Nauka, 1973. – 416 p.
- [8] *Zhumagulov B.T., Zhakebayev D.B., Abdibekova A.U.* The decay of mhd turbulence depending on the conducting properties of environment // Magnetohydrodynamics. -2014. -№2(50). -P. 121–138.