1- бөлім Раздел 1 Section 1

Математика Математика Matematics

УДК 517.5

Е.Ж.Айдос *, М.Қазтай

Ақпараттық және телекоммуникациялық технологиялар институты, Қ.И.Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті,Республика Казахстан, г. Алматы

* E-mail: erkaraai@mail.ru

Аралас нормалардағы ең жақсы жуықтамдар арасындағы қатыс туралы

Алғаш рет изотроптық кеңістікте гармоникалары берілген аралас туындыға сәйкес гипер болалық кресттерде жататын полиномдармен ең жақсы жуықтамдар арасындағы қатысты В.Н.Темляков дәлелдеген ([1], 2.3 теорема). Бұл мақаладағы негізгі теорема В.Н.Темляковтің осы теңсіздігін әртүрлі аралас нормаларда, анизотроптық жағдай үшін жалпылауға ар налған. Мұндағы қиындық туғызатын басты мәселе теоремада көрсетілген негізгі қатысты дәлелдеу үшін маңызды роль атқаратын Бернштейн теңсіздігі типтес теңсіздікті анизотроп тық кеңістікте дәлелдеумен қатар $\mathbf{p} = (p_1, p_2, ..., p_d), \mathbf{q} = (q_1, q_2, ..., q_d), \mathbf{r} = (r_1, r_2, ..., r_d)$ және т.с.с параметрлердің арасындағы байланысты табу. Аталған сұрақтардың күрделілігіне бай ланысты, қарастырылып отырған, аралас нормалардағы ең жақсы жуықтамдар арасындағы қатысты 1991ж. Е.Айдосов жоғарыда аталған параметрлер белгілі бір шарттарды қанағат тандыратын жағдайлар үшін ғана алған еді. Ал қазіргі мақаладағы аралас нормаладағы ең жақсы жуықтамдар арасындағы қатыс үшін бұл шарттар алынып тасталған, яғни, негізгі параметрлердің $1 < p_i < q_i < \infty,\ i = 1, ..., d,\ r = (r_1, ..., r_d), \min\limits_i r_i \geq 0$ түріндегі жалпы жағдай үшін алынған. Мақалада аралас әртүрлі: $L_p(\pi_d)$ және $L_q(\pi_d)$ нормалардағы ең жақсы жуықтамдар арасындағы теңсіздік, гармоникалары берілген аралас туындыға сәйкес гиперболалық кресттерде жататын полиномдармен өрнектеледі. Теоремада көрсетілген негізгі теңсіздіктен $E_{\mathbf{p},d,Q}(\lambda) \subset L_{\mathbf{q}}^{(\mathbf{r})}(\pi_d)$, $E_{\mathbf{p},d,Q}(\lambda) \subset E_{\mathbf{q},d,Q}^{(\mathbf{r})}(\mu)$ түрлеріндегі енгізулер үшін жеткілікті шарттарды алуға болады.

Ключевые слова: ең жақсы жуықтам, аралас норма, гиперболалық крест,тригонометриялық полином.

E.Zh.Aidos, M.Kaztay

About the relation between the best approximations in mixed norms

The first time the ratio between the best approximations of polynomials with harmonics from hyperbolic crosses, corresponding to a given mixed derivative in the isotropic space was proved by V.N.Temlyakov ([1], 2.3 Theorem) The main theorem of this article is devoted to the generalization of the relation obtained by V.N.Temlyakov, for the anisotropic case. The main problem generating some difficulties here is finding links between $\mathbf{p} = (p_1, p_2, ..., p_d), \mathbf{q} = (q_1, q_2, ..., q_d), \mathbf{r} = (r_1, r_2, ..., r_d)$ etc. parameters along with proof of the inequality of Bernstein, which plays an important role in the anisotropic space. Due to the complexities of these issues, in 1991, E.Aidos got the correlation between the best approximations in different mixed norms for cases where the above parameters satisfy certain specific conditions. In this article for relations between best approximations in different mixed norms, these conditions are removed, i.e. obtained for the general case when the basic parameters are of the form $1 < p_i < q_i < \infty,\ i = 1, ..., d,\ r = (r_1, ..., r_d), \min\limits_i r_i \geq 0$. In the article the relation between the best approximations in the norms $L_p(\pi_d)$ and $L_q(\pi_d)$ is expressed in terms of trigonometric polynomials whose harmonics lie in hyperbolic crosses, corresponding to a given mixed derivative. From the inequality, pointed in the theorem, we can obtain attachments of types $E_{\mathbf{p},d,Q}(\lambda) \subset L_{\mathbf{q}}^{(\mathbf{r})}(\pi_d)$, $E_{\mathbf{p},d,Q}(\lambda) \subset E_{\mathbf{q},d,Q}^{(\mathbf{r})}(\mu)$.

Key words: best approximation, mixed norm, hyperbolic cross, trigonometric polynomial.

Е.Ж.Айдос, М.Казтай

О соотношении между наилучшими приближениями в смешанных нормах

Впервые соотношение между наилучшими приближениями полиномами с гармониками из гиперболических крестов, соответствующих заданной смешанной производной,в изотропном пространстве доказал В.Н.Темляков ([1], 2.3 теорема). Основная теорема данной статьи по священа обобщению соотношения, полученного В.Н.Темляковым, для анизотропного случая. Здесь основная проблема, порождающая некоторые трудности наряду с доказательством неравества типа Бернштейна, которое играет важную роль в анизотропном пространстве, нахождение связи между $\mathbf{p} = (p_1, p_2, ..., p_d), \mathbf{q} = (q_1, q_2, ..., q_d), \mathbf{r} = (r_1, r_2, ..., r_d)$ и т.д. парамет рами. В связи со сложностями названных вопросов, в 1991 г. Е.Айдосов получил рассматри ваемое соотношение между наилучшими приближениями в разных смешанных нормах для случаев, когда вышеуказанные параметры удовлетворяют некоторым определенным усло виям. А в данной статье для соотношения между наилучшими приближениями в разных смешанных нормах эти условия сняты, т.е. получено для общего случая, когда основные параметры имеют вид $1 < p_i < q_i < \infty,\ i = 1, ..., d,\ r = (r_1, ..., r_d), \min\limits_i r_i \geq 0$. В статье неравенство между наилучшими приближениями в нормах $L_p(\pi_d)$ и $L_q(\pi_d)$ выражается че рез тригонометрические полиномы, гармоники которых лежат в гиперболических крестах, соответствующих заданной смешанной производной. Из неравенства, указанного в теореме, можно получить вложения видов $E_{\mathbf{p},d,Q}(\lambda) \subset L_{\mathbf{q}}^{(\mathbf{r})}(\pi_d)$, $E_{\mathbf{p},d,Q}(\lambda) \subset E_{\mathbf{q},d,Q}^{(\mathbf{r})}(\mu)$.

Түйін сөздер: наилучшее приближение, смешанная норма, гиперболический крест, триго нометрический полином

Кіріспе

Мақалада қолданылатын белгілеулер мен негізгі теоремаға қажетті тұжырымдарды келтіреміз.

R_d арқылы $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_d)$ нүктелерінен құралған d - өлшемді евклид кеңістігін, ал $\pi_d \equiv [-\pi, \pi]^d$ арқылы d - өлшемді кубты белгілейміз. Өлшенетін, әрбір айнымал бойынша 2π периодты және $(\mathbf{p} = (p_1, p_2, ..., p_d), 1 \leq p_i < \infty, i = 1, 2, ..., d)$

$$\|f\|_{\mathbf{p}} \equiv \left(\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left(\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left(\int\limits_{-\pi}^{\pi} (f(x_1, ..., x_d))^{p_1} \, dx_1 \right)^{\frac{p_2}{p_1}} dx_2 ... \right)^{\frac{p_d}{p_{d-1}}} dx_d \right)^{\frac{1}{p_d}} < \infty,$$

(егер $p_1 = ... = p_d = p$ болса, онда $\|f\|_{\mathbf{p}} \equiv \|f\|_p = \left(\int\limits_{\pi_d} |f(\mathbf{x})|^p d\mathbf{x} \right)^{\frac{1}{p}}$) шартын қанағаттандыратын $f(\mathbf{x}) = f(x_1, ..., x_d)$ функциясы $L_{\mathbf{p}}(\pi_d)$ кеңістігінде жатады: $f \in L_{\mathbf{p}}(\pi_d)$.

Төмендегі белгілеулерді енгізейік:

$\mathbf{k} = (k_1, ..., k_d)$, k_j - бүтін сандар, $\mathbf{s} = (s_1, ..., s_d)$, s_j - натурал сандар, $j = 1, ..., d$;

$$\rho(\mathbf{s}) = \{\mathbf{k} = (k_1, ..., k_d) : 2^{s_j - 1} \leq k_j < 2^{s_j}, j = 1, 2, ..., d\};$$

$$\delta_s(f, \mathbf{x}) = \sum_{|\mathbf{k}| \in \rho(\mathbf{s})} \hat{f}(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}, x)},$$

мұнда $|\mathbf{k}| = (|k_1|, ..., |k_d|)$, $\hat{f}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int\limits_{\pi_d} f(\mathbf{x}) e^{-i(\mathbf{k}, \mathbf{x})} d\mathbf{x}$.

Егер [1;d] аралығындағы қандай да бір бүтін сандар жиыны e болса, онда $j \in e$ үшін $\gamma_j = 1$ және $j \notin e$ үшін $\gamma_j > 1$ шарттарын қанағаттандыратын векторды $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, ..., \gamma_d)$ арқылы белгілейміз.

$\mathbf{r} = r\boldsymbol{\gamma} = (r_1, ..., r_d)$, $r = \min\limits_{i=1,...,d} r_i \geq 0$ болсын. Онда $t(\mathbf{x}) \in T(N, \boldsymbol{\gamma})$ полиномдары үшін $t^{(r)}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})$ жазуы $t(\mathbf{x})$ полиномының полиномымен үйірткісін (свертка) білдіреді, яғни, $t^{(r)}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) = (2\pi)^{-d} \int\limits_{\pi_d} t(\mathbf{x} - \mathbf{y}) U_N^{\mathbf{r}}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\alpha}) d\mathbf{y}$ ($\boldsymbol{\alpha} = 0, \mathbf{r} = 0$ болса $t^{(0)}(\mathbf{x}, 0) \equiv t(\mathbf{x})$).

Енді келесі жиындарды анықтаймыз:

$|\mathbf{k}| \in \Gamma(N, \boldsymbol{\gamma}) = \{\mathbf{k} : k_j > 0, j = 1, ..., d, \prod\limits_{j=1}^{d} k_j^{\gamma_j} \leq N\}$ болатын барлық $\mathbf{k}$ векторлар жиынын $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, ..., \gamma_d)$ векторына сәйкес гиперболалық крест деп айтады;

$|\mathbf{k}| \in Q_n^{\mathbf{r}} = \bigcup\limits_{(\boldsymbol{\gamma}, s) \leq n} \rho(\mathbf{s})$ орындалатын барлық $\mathbf{k}$ векторлар жиынын $\boldsymbol{\gamma} = \left(\frac{r_1}{r}, ..., \frac{r_d}{r}\right)$ векторына немесе аралас $\mathbf{r} = (r_1, ..., r_d)$ туындыға сәйкес гиперболалық баспалдақ крест деп айтады (мұнда $\mathbf{r} = r\boldsymbol{\gamma} = r\left(\frac{r_1}{r}, ..., \frac{r_d}{r}\right)$).

$T(N, \boldsymbol{\gamma})$ және $T(Q_n^{\mathbf{r}})$ арқылы сәйкес $\sum\limits_{|\mathbf{k}| \in \Gamma(N, \boldsymbol{\gamma})} a_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{x})}$ және $\sum\limits_{|\mathbf{k}| \in Q_n^{\mathbf{r}}} c_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{x})}$ түрлеріндегі барлық полиномдар жиындарын белгілейміз.

$$E_{N, \boldsymbol{\gamma}}(f)_{\mathbf{p}} = \inf_{t \in T(N, \boldsymbol{\gamma})} \|f - t\|_{\mathbf{p}}, \ 1 \leq p_i < \infty, \ i = 1, ..., d,$$

$$E_{Q_n^{\mathbf{r}}}(f)_{\mathbf{p}} = \inf_{t \in T(Q_n^{\mathbf{r}})} \|f - t\|_{\mathbf{p}}, \ 1 \leq p_i < \infty, \ i = 1, ..., d,$$

шамаларын, $f(\mathbf{x})$ - функциясының гармоникалары $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, ..., \gamma_d)$ (немесе $\mathbf{r}$) векторына сәйкес гиперболалық крестте жататын тригонометриялық полиномдармен $L_{\mathbf{p}}(\pi_d)$ метрикасы бойынша ең жақсы жуықтамдары деп айтады.

$\mathbf{r} = r\boldsymbol{\gamma}$ үшін $T(Q_n^{\mathbf{r}}) \subset T(2^n, \boldsymbol{\gamma}) \subset T(Q_{n+\gamma(d)}^{\mathbf{r}})$, $\gamma(d) = \sum\limits_{j=1}^{d} \gamma_j$, енгізулері орындалатындықтан $E_{Q_n^{\mathbf{r}}}(f)_{\mathbf{p}}$ немесе $E_{N, \boldsymbol{\gamma}}(f)_{\mathbf{p}}$ шамаларының біреуін ғана қарастырсақ жеткілікті ([1]).

$L_{(\mathbf{p})}^{\mathbf{r}}(\pi_d)$ арқылы $f^{\mathbf{r}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})$, $\mathbf{r} \geq 0$ туындылары $L_{\mathbf{p}}(\pi_d)$ кеңістігінде жататын $f(\mathbf{x})$ функциялар класын белгілейміз.

Егер қандай да бір $\lambda = \{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ оң сандар тізбегі берілсе ($\lambda_n \downarrow 0, n \uparrow \infty$), онда $E_{\mathbf{p}, d, Q}^{(\mathbf{r})}(\lambda)$ арқылы $E_{Q_n^{\mathbf{r}}}(f^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}))_{\mathbf{p}} = \underline{\underline{O}}(\lambda_n)(n \to \infty)$ қатысы орындалатын $f(\mathbf{x}) \in L_{(\mathbf{p})}^{(\mathbf{r})}(\pi_d)$ түріндегі функциялар класын белгілейміз.

$C(\alpha, \beta, ...)$ арқылы тек жақшадағы параметрлерге ғана тәуелді, бірақ әртүрлі формулаларда бөлек-бөлек болатын қандай да бір оң шамаларды белгілейміз. Оң A және кез келген B үшін $B \underset{\alpha, \beta, ...}{\ll} A$ жазуы $|B| \leq C(\alpha, \beta, ...)A$ теңсіздігін білдіреді.

Оң A және B үшін $A \underset{\alpha, \beta, ...}{\succ\prec} B$ жазуы $A \underset{\alpha, \beta, ...}{\ll} B \underset{\alpha, \beta, ...}{\ll} A$ қатыстарын көрсетеді.

Негізгі тұжырымды дәлелдеуге келесі леммалар қажет.

1 Лемма [2].

Кез келген $\mathbf{p} = (p_1, ..., p_d)$, $\mathbf{q} = (q_1, ..., q_d)$, $1 < p_i < q_i < \infty$, $i = 1, ..., d$, $\mathbf{r} =$

$(r_1, ..., r_d)$, $\min\limits_i r_i \geq 0$ үшін келесі теңсіздік орындалады

$$\left\| \sum_{n=0}^{\infty} f_{n,\boldsymbol{\gamma}}(\mathbf{x}) \right\|_{\mathbf{q}} \leq C(\mathbf{p}, \mathbf{q}, d) \left[\sum_{n=0}^{\infty} 2^{n\left(\min\limits_{1\leq j\leq d} q_i\right) \max\limits_{1\leq j\leq d}\left(\frac{1}{p_j}-\frac{1}{q_j}\right)} \|f_{n,\boldsymbol{\gamma}}(\mathbf{x})\|_{\mathbf{p}}^{\min\limits_{1\leq j\leq d} q_i} \right]^{\frac{1}{\min\limits_{1\leq j\leq d} q_i}} \tag{1}$$

мұндағы $f_{n,\boldsymbol{\gamma}}(\mathbf{x}) \in T(Q_n^{\mathbf{r}})$, $n = 0, 1, 2, ...$

2 Лемма [3].

$\mathbf{p} = (p_1, ..., p_d)$, $1 < p_i < \infty$, $i = 1, ..., d$, $\mathbf{r} = (r_1, ..., r_d)$, $0 < r_i < \infty$, $i = 1, ..., d$; $\mathbf{r} = r\boldsymbol{\gamma}$, $r = \min\limits_i r_i$ болсын.

Онда кез келген $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, ..., \alpha_d)$ векторы үшін келесі теңсіздік орындалады $\sup\limits_{t\in T(N,\boldsymbol{\gamma})} \frac{\|t^{(\mathbf{r}\boldsymbol{\gamma})}(\mathbf{x},\boldsymbol{\alpha})\|_{\mathbf{p}}}{\|t(\mathbf{x})\|_{\mathbf{p}}} \underset{\mathbf{p},M}{\ll} N^r$.

Ең жақсы жуықтамдар араласындағы қатыс

Теорема. Егер $\mathbf{p} = (p_1, ..., p_d)$, $\mathbf{q} = (q_1, ..., q_d)$, $1 < p_i < q_i < \infty$, $i = 1, ..., d$, $\mathbf{r} = (r_1, ..., r_d)$, $\min\limits_i r_i \geq 0$ және $L_{\mathbf{p}}(\pi_d)$ - Лебег класында жатқан, әрбір айнымал бойынша 2π периодты, d айнымалды $f(\mathbf{x})$ функциясы үшін

$$\sum_{l=1}^{\infty} 2^{l\left(\min\limits_{1\leq i\leq d} q_i\right)\left[\max\limits_{1\leq j\leq d}\left(\frac{1}{p_j}-\frac{1}{q_j}\right)+\min\limits_{1\leq i\leq d} r_i\right]} E_{Q_l^{\mathbf{r}}}^{\min\limits_{1\leq i\leq d} q_i}(f)_{\mathbf{p}} < \infty \tag{2}$$

шарты орындалса, онда $f(\mathbf{x})$ функциясының $L_{\mathbf{q}}(\pi_d)$ кеңістігінде $(\mathbf{r}, \boldsymbol{\alpha})$ туындысы бар және

$$E_{Q_l^{\mathbf{r}}}[f^{\mathbf{r}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})]_{\mathbf{q}} \underset{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}}{\ll} \left[\sum_{l=1}^{\infty} 2^{l\left(\min\limits_{1\leq i\leq d} q_i\right)\left[\max\limits_{1\leq j\leq d}\left(\frac{1}{p_j}-\frac{1}{q_j}\right)+\min\limits_{1\leq i\leq d} r_i\right]} E_{Q_l^{\mathbf{r}}}^{\min\limits_{1\leq i\leq d} q_i}(f)_{\mathbf{p}} \right]^{\frac{1}{\min\limits_{1\leq j\leq d} q_i}} \tag{3}$$

Дәлелдеуі.

Ыңғайлылық үшін $\beta = \max\limits_i \left(\frac{1}{p_i} - \frac{1}{q_i}\right)$, $q_0 = \min\limits_i q_i$ және $r = \min\limits_i r_i$ деп белгілейік. Егер $t_l(\mathbf{x}) \in T(Q_l^{\mathbf{r}})$ арқылы $f(\mathbf{x})$ функциясының $L_{\mathbf{p}}^0(\pi_d)$ кеңістігіндегі ең жақсы жуықтайтын полиномын белгілесек, онда $f(\mathbf{x}) \overset{L_{\mathbf{p}}(\pi_d)}{=} t_l(\mathbf{x}) + \sum\limits_{l=2}^{\infty}[t_l(\mathbf{x}) - t_{l-1}(\mathbf{x})]$. Одан әрі 1 мен 2 леммаларды пайдалансақ

$$\left\| \sum_{l=2}^{\infty}[t_l^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) - t_{l-1}^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})] \right\|_{\mathbf{q}}^{q_0} \underset{\mathbf{p},\mathbf{q}}{\ll} \sum_{l=2}^{\infty} \left\| t_l^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) - t_{l-1}^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) \right\|_{\mathbf{q}}^{q_0} 2^{l\beta q_0} \underset{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}}{\ll}$$

$$\underset{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}}{\ll} \sum_{l=2}^{\infty} \|t_l(\mathbf{x}) - t_{l-1}(\mathbf{x})\|_{\mathbf{q}}^{q_0} 2^{l\beta q_0} 2^{lrq_0} \underset{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}}{\ll} \sum_{l=2}^{\infty} E_{Q_{l-1}^{\mathbf{r}}}^{q_0}(f)_{\mathbf{p}} 2^{lq_0(r+\beta)} =$$

$$= \sum_{l=1}^{\infty} E_{Q_l^{\mathbf{r}}}^{q_0}(f)_{\mathbf{p}} 2^{lq_0(r+\beta)} < \infty$$

және

$$E_{Q_l^{\mathbf{r}}}^{q_0}\left[f^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x},\boldsymbol{\alpha})\right]_{\mathbf{q}} = \left(\inf_{T\in T(Q_n^{\mathbf{r}})} \left\|f^{(\mathbf{r})} - T\right\|_{\mathbf{q}}\right)^{q_0} \leq$$

$$\leq \left\|f^{(\mathbf{r})} - t_n^{(\mathbf{r})}\right\|_{\mathbf{q}}^{q_0} = \left\|\sum_{l=n+1}^{\infty}\left[t_l^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x},\boldsymbol{\alpha}) - t_{l-1}^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x},\boldsymbol{\alpha})\right]\right\|_{\mathbf{q}}^{q_0} \underset{\mathbf{p},\mathbf{q}}{\ll}$$

$$\underset{\mathbf{p},\mathbf{q}}{\ll} \sum_{l=n+1}^{\infty}\left\|t_l^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x},\boldsymbol{\alpha}) - t_{l-1}^{(\mathbf{r})}(\mathbf{x},\boldsymbol{\alpha})\right\|_{\mathbf{q}}^{q_0} 2^{l\beta q_0} \underset{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}}{\ll} \sum_{l=n+1}^{\infty}\left\|t_l(\mathbf{x}) - t_{l-1}(\mathbf{x})\right\|_{\mathbf{q}}^{q_0} 2^{l\beta q_0} 2^{lrq_0} \underset{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}}{\ll}$$

$$\underset{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}}{\ll} \sum_{l=n+1}^{\infty} E_{Q_{l-1}^{\mathbf{r}}}^{q_0}(f)_{\mathbf{p}} 2^{lq_0(r+\beta)} = \sum_{l=n}^{\infty} E_{Q_l^{\mathbf{r}}}^{q_0}(f)_{\mathbf{p}} 2^{lq_0(r+\beta)}$$

аламыз.

Бұл теңсіздіктерден, (1) шартты ескере отырып, теореманың дұрыстығына көз жеткіземіз.

Ескерту.

Егер $p_i = p,\ q_i = q,\ i = 1, 2, ..., d$ болса, онда (2) теңсіздіктен В.Н.Темляковтің дәлелдеген теңсіздігі шығды ([1], 2.3 тееореманы қараңыз).

Әдебиет тізімі

[1] Темляков В.Н. Приближение функций с ограниченой смешанной производной //Труды МИАН СССР. - 1986. - т.178 - с.3-112. 653 с.

[2] Сулейменов К.М. О вложении анизотропного пространства типа Никольского-Бесова $B^{\omega}_{p,\theta}(R^n)$ в смешанной норме // Вестник ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, 2011, №6.

[3] Raushan Kadyrova and Erkara Zh. Aidos Inequality of Bernstein type for polynomials of hyperbolic crosses in a mixed norm // International Journal of Advanced Research (2013), Volume 1, Issue 9, p.494-498.

References

[1] Temlyakov V.N. Priblizhenie funkcii s ogranichenoi smeshannoi proizvodnoi // Trudi MIAN SSSR - 1986. T.178 - p.3-112.

[2] Sulejmenov K.M. O vlozhenii anizotropnogo prostranstva tipa Nikol'skogo-Besova $B^{\omega}_{p,\theta}(R^n)$ v smeshannoi norme // Vestnik ENU imeni L.N.Gumileva, 2011, №6.

[3] Raushan Kadyrova and Erkara Zh. Aidos Inequality of Bernstein type for polynomials of hyperbolic crosses in a mixed norm // International Journal of Advanced Research (2013), Volume 1, Issue 9, p.494-498.