

УДК 519.63: 681.51: 539.5

А.М. Полатов

Национальный университет Узбекистана им.М.Улугбека, Республика Узбекистан, г. Ташкент  
E-mail: asad3@yandex.ru

### **Автоматизация исследования упругопластического деформирования волоконистых композитных материалов**

В работе рассматриваются вопросы компьютерного моделирования упругопластического деформирования однонаправленных волоконистых композитных материалов. С этой целью разработаны эффективные алгоритмы: формирования конечно элементной сетки элементарных подобластей; объединения подобластей; определения начального фронта и упорядочения номеров узлов на основе модифицированного фронтального метода; построения коэффициентов матрицы жесткости конечных элементов; формирования разрешающей системы уравнений на основе принципа построчной подготовки данных для каждого узла в отдельности; решения системы уравнений модифицированным методом квадратных корней с учетом симметрично ленточной структуры матрицы коэффициентов; отображения на экране монитора картины напряженно деформированного состояния исследуемого объекта. Разработан инструментальный комплекс для автоматизации процесса проектирования новых волоконистых композитных материалов и конструкций с заранее заданными механическими свойствами. Для достижения этой цели разработаны автоматизированные системы: построения конечно элементной сетки областей (препроцессор); решения задачи упругопластического деформирования композитов (процессор); визуализации результатов расчета (постпроцессор). Такая структура позволяет проводить вычислительные эксперименты при проектировании новых композитных материалов и конструкций; исследовать влияние конструктивных особенностей материала на прочность конструкции; представить рекомендации по повышению несущей способности и снижению материалоемкости элементов конструкций. Технология расчета, вычислительные алгоритмы и специализированный программный комплекс в совокупности образуют концепцию прогнозирования структурных параметров проектируемых волоконистых композитных материалов и прочности элементов конструкций. Описывается структура и функционирование специализированного программного комплекса. Представлены результаты анализа упругопластического состояния волоконистых композитных материалов.

**Ключевые слова:** компьютерная модель, алгоритм, программный комплекс, вычислительный эксперимент, волоконистый композит, упругопластическое состояние, прочность. олокнистый композит, упругопластическое состояние, прочность.

А.М. Polatov

### **Research automation of fibrous composite materials elastic-plastic deformation**

This paper describes the computer simulation of unidirectional fiber composite materials elastic plastic deformation. To this end, developed efficient algorithms: formation of finite element mesh of elementary sub areas; association sub areas; determining the initial front and ordering numbers of nodes based on a modified front method; constructing the coefficients of the stiffness matrix of finite elements; forming resolving a system of equations on the basis of the progressive training data for each node individually; solving systems of equations by method of square roots with the symmetrically band structure of the coefficient matrix; display on the screen a picture of the stress strain state of the object. A set of tools to automate the process of designing new fiber composite materials and structures with predetermined mechanical properties is developed. To achieve this goal developed Computer Aided Engineering: building a finite element mesh areas (pre processing); solving the problem of elastic plastic deformation of composites (processing); visualization of calculation results (post processing).

This structure allows: to conduct computational experiments in the design of new composite materials and structures; investigate the effect of structural features on the structural strength of the material; to make recommendations to improve the bearing capacity and reduction of material structural elements. Technology calculation, computational algorithms and specialized software package together form the concept of predicting the structural parameters of the designed fiber composite materials and the strength of structural elements. Described the structure and functioning of specialized software. Composite materials elastic plastic analysis results are presented.

**Key words:** computer model, algorithm, software, computer experiment, fiber composite, elastic plastic state, toughness.

А.М.Полатов

### Талшықты композициялық серпімді-пластикалық деформациялау зерттеулерін автоматтандыру

Бұл мақалада бір талшықты композициялық материалдарды серпімді пластикалық деформациялауды компьютерлік модельдеу қарастырылады. Осы мақсатта тиімді алгоритмдер әзірленген: бастауыш қосалқы аумақтарды ақырлы элементтер қалыптастыру; ішкі домендер: бастапқы және жүйелердің нөмерлерін анықтау; ақырлы элементтер қаттылығы матрица коэффициенттер салу; құрлымымен шаршы әдісімен теңдеулер шешу. Алдын ала механикалық қасиеттері бар жаңа композициялық материалдар мен конструкцияларды жобалау процесін автоматтандыруға дамыған құралдар. Осы мақсатқа жету үшін автоматтандырылған жүйелер әзірленді: соңғы элемент тор бағыттарын құру; композиттер серпімді пластикалық деформация мәселесін шешу; есептеу нәтижелерін визуализациялау. Бұл құрылым жаңа композициялық материалдар мен конструкцияларды жобалау есептеу жүргізу; материалдардың құрылымдық ерекшеліктерін зерттеу; материалдардың құрылымдық элементтер материалдардың құрылымдық материалдардың құрылымдық көтергіш материалдардың құрылымдық қабат материалдардың құрылымдық материалдардың құрылымдық және мамандандырылған бағдарламалық пакет бірге әзірленген талшықты композициялық материалдар және құрылымдылық параметрлерін болжауды қалыптастырады. Мамандандырылған бағдарламалық қамтамасыз ету құрылымы мен жұмыс істеуін сипаттайды.

**Түйін сөздер:** компьютерлік модель, алгоритм, талшықты композиция, серпімді пластикалық қалып күй, бағдарламалық кешен есептеу эксперимент.

### Введение

В настоящее время в различных областях техники и строительства широко используются элементы конструкций, изготовленные из современных композитных материалов. Особый интерес представляют однонаправленные волокнистые композиты или трансверсально-изотропные материалы. Для автоматизации проектирования конструкций требуется разработка расчетных моделей и методов, учитывающих анизотропию материала и конфигурацию. Проблема усложняется, если материал обладает упруго-пластическими свойствами. Для эффективного учета преимуществ конструкционных материалов необходим комплексный подход к решению задач, связанных с определением рациональной структуры материала. Совместная работа волокна и матрицы дает эффект, равносильный созданию нового материала, свойства которого отличаются от свойств его составляющих. В связи с вышесказанным, разработка компьютерного моделирования процесса деформирования элементов конструкций, изготовленных из композитных материалов, является весьма актуальной. Проблема приобретает особую важность при оценке прочности композитных элементов конструкций в таких областях, как автомобилестроение, авиастроение, космонавтика, энергетика, машиностроение и т.п. и

способствует развитию исследований в области анизотропной теории пластичности. Создание специализированного программного комплекса для исследования упругопластических процессов деформирования конструкционных материалов представляет особую актуальность и, вместе с тем, является теоретической и прикладной проблемой, имеющей важное народно-хозяйственное значение. Большой научный интерес представляют разработка эффективных систем автоматизации проектирования новых композитных материалов и оценка надежности разрабатываемых элементов конструкций. В вычислительных экспериментах используется численная модель, с помощью которой получают новые знания о моделируемом объекте. Для предоставления пользователю удобного интерфейса при описании реального процесса и проведении вычислительных экспериментов, необходимо разработать вычислительные алгоритмы, на базе которых строится программный комплекс. Проведение вычислительных экспериментов дает возможность автоматизировать процесс проектирования композитных материалов с заранее заданными механическими свойствами, исследовать влияние объемного соотношения и механических параметров волокна и матрицы на прочность конструкции. Существенной особенностью технологии компьютерного моделирования и вычислительного эксперимента является возможность проведения серии расчетов по определению необходимых механических и геометрических параметров проектируемых композитных материалов. Востребованность исследований характеризуется тем, что для обеспечения прочностных характеристик и широкого внедрения конструкционных материалов в производство, необходимо автоматизировать процесс их проектирования. Методика компьютерного моделирования, применяемая при решении прикладных задач, определяется построением модели, отражающей реальный процесс, и вычислительным экспериментом, выявляющим приемлемые параметры функционирования процесса. Существенный вклад в развитие численного моделирования внес академик А. А. Самарский [1]. Им предложена триада “модель-алгоритм-программа”, разработаны методология вычислительного эксперимента и технология компьютерного моделирования. В работах А. Н. Коновалова, Н. Н. Яненко рассмотрен модульный принцип построения пакетов программ [2]. Алгоритмический подход к решению прикладных задач предложен в исследованиях В.К. Кабулова и его учеников [3]. Такой подход отличается высокой степенью формализации при решении широкого класса задач и автоматизацией процесса решения. Широкое использование на практике различных композитных материалов способствовало развитию исследований в области анизотропной теории пластичности. Для описания процесса упругопластического деформирования материалов предложены различные варианты теории пластичности, основанные на методе осреднения, при котором композитный материал заменяется однородной анизотропной средой [4,5, 6]. В последнее время для решения задач деформирования композитных материалов используется метод конечных элементов [7]. Для проведения инженерных расчетов в настоящее время существует ряд вычислительных программ и систем, к которым можно отнести пакеты программ ЛИРА, ФРОНТ, COSMOS/М, ANSYS, NASTRAN и другие. Несмотря на достигнутые успехи, проблему разработки компьютерного моделирования, вычислительных алгоритмов и программных комплексов для решения задач упругопластического деформирования конструкционных материалов нельзя считать завершенной. Недостаточное внимание уделено вопросам, связанным с повышением эффективности вычислительных алгоритмов, специализированных программных комплексов для автоматизации процесса

проведения вычислительных экспериментов при проектировании новых композитных материалов и конструкций с заранее заданными механическими свойствами. В неполной мере изучено воздействие на прочность конструкций структурных особенностей, таких как анизотропия материала, объемное содержание волокна в материалах, а также конструкционных неоднородностей. Исследование нового направления в решении проблемы автоматизации проектирования конструкционных материалов предполагает разработку и модификацию широкого спектра методов, алгоритмов и специализированных программных комплексов для конструирования волокнистых композитов, научно-методические основы которых способствуют развитию существующих технологий.

### **Технология решения задачи**

Исследуется упругопластическая среда, которая представляет собой неоднородный сплошной материал, состоящий из двух компонент: армирующих элементов и матрицы (или связующей), которая обеспечивает совместную работу армирующих элементов. Известно, что волокнистый материал и трансверсально-изотропная среда являются эквивалентными понятиями. При этом замена неоднородной среды адекватной ей анизотропной средой с эффективными механическими параметрами дает возможность учитывать неоднородность композитных материалов. В связи с этим, при решении задачи упругопластического деформирования волокнистых композитов применяется теория малых упругопластических деформаций для трансверсально-изотропной среды, предложенная проф. Б.Е.Победра [8]. Вычисление эффективных характеристик волокнистых композитов выполняется на основе выражений, полученных асимптотическими методами, что дает возможность учитывать радиальное взаимодействие компонентов, вызванное различием коэффициентов Пуассона матрицы и волокна [9,10]. Упругопластический расчет выполняется на основе итерационного процесса метода упругих решений А.А.Ильюшина. Для построения разрешающей системы уравнений используется метод конечных элементов в перемещениях. Решение системы уравнений осуществляется методом квадратных корней, с учетом симметрично-ленточной структурой матрицы коэффициентов.

### **Структура программного комплекса**

Как правило, многие современные пакеты содержат в себе препроцессор (программа, осуществляющая построение расчетной модели, подготовку данных для дальнейших вычислений), процессор (программа, осуществляющая вычисления) и постпроцессор (программа, осуществляющая визуализацию вычислений) [11,12]. Целью данной работы является создание инструментария для автоматизации процесса проектирования новых волокнистых композитных материалов и конструкций с заранее заданными механическими свойствами. Для достижения этой цели разработаны автоматизированные системы:

- построения конечно-элементной сетки областей (препроцессор);
- решения задачи упругопластического деформирования композитов (процессор);
- визуализации результатов расчета (постпроцессор).

Такая структура позволяет проводить вычислительные эксперименты по уменьшению временных и материальных затрат при проектировании новых композитных ма-

териалов и конструкций, исследовать влияние конструкционных особенностей материала на прочность конструкции, представить рекомендации по повышению несущей способности и снижению материалоемкости элементов конструкций. Технология расчета, вычислительные алгоритмы и специализированный программный комплекс в совокупности образуют концепцию прогнозирования структурных параметров проектируемых волокнистых композитных материалов и прочности элементов конструкций.

**Препроцессор.** Для автоматизации процесса построения конечно-элементной сетки разработана технология представления области сложной конфигурации посредством объединения или удаления “элементарных” подобластей [13]. Для этого вводится определение, согласно которому область называется “элементарной”, если существует алгоритм построения ее конечно-элементной сетки. Конечно-элементная сетка области описывается множеством

$$\Omega = \{N, M, MK, MN\},$$

где  $N$  — число узлов;  $M$  — количество конечных элементов;  $MK$  — массив координат узлов;  $MN$  — массив номеров узлов по конечным элементам. Далее приводится соотношение, которое позволяет посредством объединения или удаления элементарных подобластей формировать конечно-элементную сетку области сложной конфигурации:

$$\Omega = \sum_{i=1}^{k_1} \Omega_i^I - \sum_{j=1}^{k_2} \Omega_j^{II},$$

где  $\Omega_i^I$  и  $\Omega_j^{II}$  — соответствующие элементарные подобласти,  $k_1$  — число подобластей, подлежащих объединению,  $k_2$  — количество удаляемых подобластей.

С этой целью разработаны: вычислительные алгоритмы формирования конечно-элементной сетки элементарных подобластей; объединения и удаления подобластей; определения начального фронта и упорядочения номеров узлов на основе модифицированного фронтального метода, позволяющего минимизировать ширину ленты ненулевых коэффициентов разрешающей системы уравнений.

**Процессор.** Автоматизация процесса построения и решение системы разрешающих уравнений метода конечных элементов и реализация итерационного процесса метода упругих решений А.А.Ильюшина [14]. Разработаны алгоритмы: построения коэффициентов матрицы жесткости конечных элементов; формирования разрешающей системы уравнений на основе принципа построчной подготовки данных для каждого узла в отдельности. Он отражает суть суммирования и обеспечивает построение ленточной системы алгебраических уравнений высокого порядка с учетом симметричности ее коэффициентов; решения системы уравнений модифицированным методом квадратных корней с учетом симметрично-ленточной структуры матрицы коэффициентов.

Так как в преобразованиях метода в основном используется операция умножения матрицы на вектор, то разработан соответствующий алгоритм для случая, когда заданы только коэффициенты ленты нижней треугольной матрицы. Эти коэффициенты построчно располагаются в прямоугольной матрице  $S_{ij}$  с размерами  $n \times l$ , где  $n$  — порядок системы уравнений,  $l$  — половинная ширина ленты ненулевых коэффициентов, включая диагональные элементы. Причем диагональные элементы исходной матрицы располагаются на последнем  $l$ -ом столбце матрицы  $S_{ij}$ . В этом случае для умножения

матрицы  $S_{ij}$  на вектор  $x_j$  используется соотношение (1):

$$y_i = \sum_{j=1}^p S_{i,q} x_r + \sum_{j=1}^m S_{j,i+1} x_j, \quad (1)$$

где

$$p = \begin{cases} i-1, & 1 \leq i \leq l \\ l-1, & \text{иначе} \end{cases}, \quad q = \begin{cases} l+i-1, & 1 \leq i \leq l \\ j, & \text{иначе} \end{cases}, \quad r = \begin{cases} j, & 1 \leq i \leq l \\ i-l+j, & \text{иначе} \end{cases},$$

$$m = \begin{cases} i+l-1, & 1 \leq i \leq n-l+1 \\ n, & \text{иначе} \end{cases}.$$

Приведенное соотношение позволяет при реализации метода квадратных корней, с использованием только коэффициентов ленты нижней треугольной матрицы и диагонали.

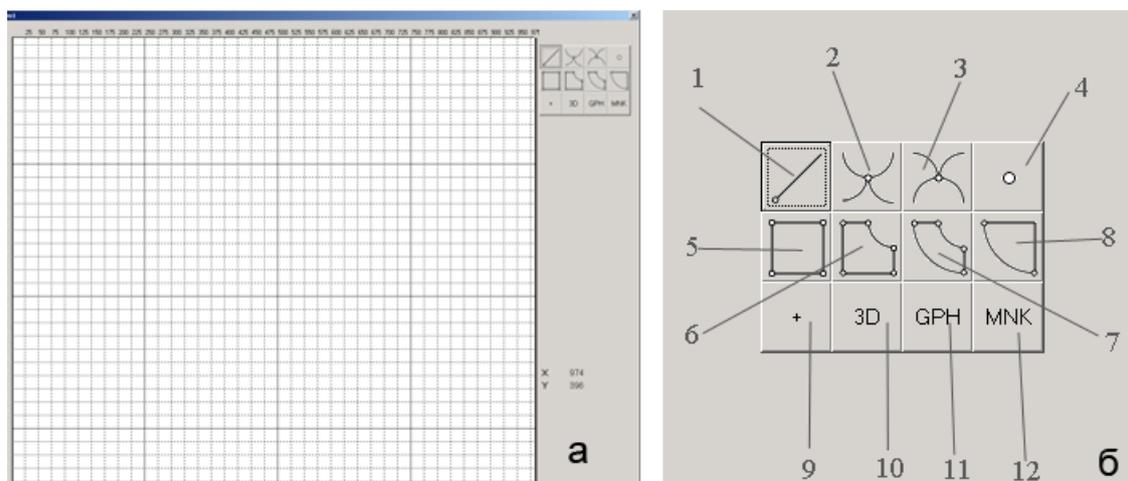
**Постпроцессор.** Для визуализации результирующих параметров разработаны алгоритмы, позволяющие отобразить на экране монитора картину напряженно-деформированного состояния исследуемого объекта. Так как значения перемещений малы по сравнению с размерами конструкции, в алгоритме используются не реальные перемещения, а их значения, помноженные на корректирующий коэффициент  $k : (u', v', w') = k(u, v, w)$ . Этот коэффициент подбирается пользователем в зависимости от решаемой задачи. Чтобы обеспечить наглядную визуализацию, значения координат узлов также умножаются на корректирующий множитель. Соответствие между параметром и цветом заливки определяется из следующего соотношения (2):

$$c = C \left( \begin{cases} \frac{p}{p_{max}}, & p \geq 0 \\ \frac{p}{p_{min}}, & p < 0 \end{cases} \right) \quad (2), \quad c = \begin{cases} c_1, & p < i_1 \\ c_2, & p < i_2 \\ \dots & \dots \\ c_n, & p < i_n \\ c_*, & p \geq i_n \end{cases} \quad (3),$$

где  $p_{min}, p_{max}$  соответственно, минимальное и максимальное значение параметра,  $C$  машинно-зависимая функция, линейно отображающая числовой отрезок  $[-1; +1]$  в пространство цветов от темно-синего до темно-красного. После чего начинается процесс градиентной заливки. Только при этом зависимость между значениями параметра и цвета задаётся соотношением (3), где  $n$  количество изолиний,  $c_1, \dots, c_n$  значения цветов, которыми будут закрашены области сечения. Оставшаяся область сечения будет закрашена цветом  $c^*$ . Для удобства пользователя цвет задается в виде чисел от -100 до +100.

### Функционирования программного комплекса

Для проведения вычислительного эксперимента в среде Delphi разработан специализированный программный комплекс АРПЭЖ. Комплекс имеет модульную структуру,



**Рисунок 1** Рабочая область пользователя на мониторе и набор инструментов

обмен данными между модулями осуществляется через конфигурационные файлы и файлы данных.

Автоматизация процесса построения конечно-элементной сетки трехмерной конструкции призматической формы сложной конфигурации выполняется в программном модуле АПКЭМ. Визуализация результатов выполняется с использованием возможностей библиотеки программного интерфейса OpenGL [15]. С помощью указателя мыши на экране монитора вычерчивается проекция конструкции. Трехмерное представление конструкции формируется путем операции выдавливания, применяемой к поверхности проекции. Для работы пользователя на экране формируется рабочая область (рис.1.а). Началом координат рабочей области служит точка в ее верхнем левом углу. В верхнем правом углу представлена панель инструментов (рис.1.б), а в правом нижнем отображаются фактические координаты указателя мыши. Основные инструменты, используемые для генерации конечно-элементного представления конструкции, применяются следующим образом: 1-4 для вычерчивания границы и фиксации опорных вершин (рис.2.а); 5-8 для конечно-элементного представления элементарных подобластей; 9 (+) для последовательного объединения (сшивания) элементарных подобластей.

Инструмент 10 (3D) применяется для формирования трехмерной конечно-элементной сетки конструкции на основе ее проекции. При этом указателем мыши фиксируется одна из вершин, которая далее растягивается на требуемое расстояние. Причем, на заданном расстоянии от исходной поверхности формируется параллельный след и образуется трехмерное представление конструкции (рис.2.б, в). Для визуализации конструкции используется инструмент 11 (GPH). При его активизации открывается окно, в левой части которого располагается общий вид конечно-элементной сетки конструкции, а в правой части инструмент для всестороннего просмотра (рис.2.г). Инструмент 12 (MNC) активизируется для сохранения информации о конечно-элементном представлении конструкции.

Функционирование расчетных модулей программного комплекса АРПЭК (рис.3) осуществляется следующим образом. Далее выполняются расчетные модули программного модуля НЕРПЭК. Вычисление эффективных механических параметров материала вы-

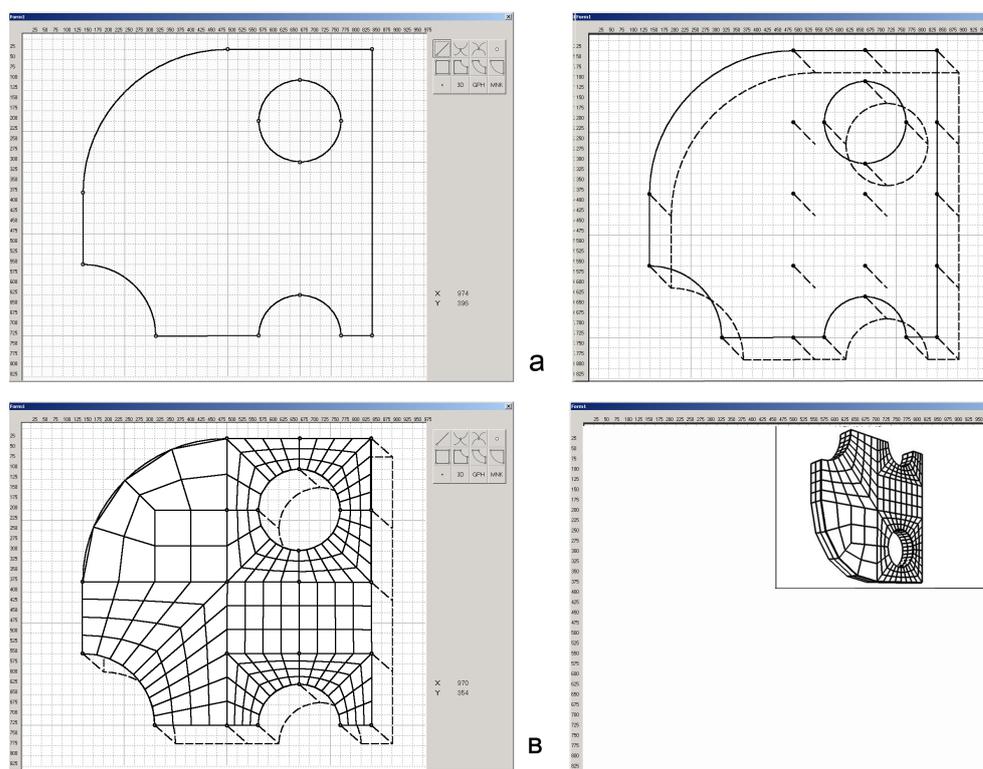


Рисунок 2 Этапы формирования конечно-элементной сетки

полняется посредством модуля ЭФФЕКТ. Формирование разрешающей системы уравнений МКЭ выполняется в модуле RAM10. Для решения системы уравнений применяется метод квадратных корней, модифицированный для систем уравнений с симметрично-ленточной структурой. Процесс решения состоит из двух этапов: на первом модуль RAM12 выполняет вычисления в соответствии с алгоритмом прямого, на втором модуль RAM13 обратного хода метода решения. В результате формируется вектор узловых перемещений.

В процессе работы модуль RAM11 выполняет подсчет значений компонент напряженно-деформированного состояния, которые записываются в выходной файл модуля PARAMS.

При решении физически нелинейных задач выполняется модуль PLASN для уточнения упругопластического решения на основе итерационного процесса метода упругих решений А.А.Ильюшина. Зоны пластических деформаций определяются на основе критерия Мизеса. На выходе модуль записывает результирующие значения упругопластического состояния в файл PARAMS.

Для графической интерпретации результатов расчета используется программный модуль визуализации TАСВИР (рис.4). Он позволяет: визуализировать картину распределения значений напряженно-деформированного состояния в заданных сечениях; выполнить градиентную заливку с использованием красного цвета для положительного значения параметра и синего для отрицательного; визуализировать изолинии, значения которых заданы пользователем; рисовать эпюры параметров на границах сечения,

примыкающих к осям; корректировать и отображать картины деформации конструкций; выполнить совмещение конечно-элементной сетки с эпюрами и градиентной заливкой (всего 10 режимов отображения одного сечения); вывести для контрольной точки все значения компонент НДС; сохранить полученные изображения в графический файл.

Опишем параметры, посредством задания которых можно получить картину распределения НДС исследуемой конструкции. Файл данных включает адреса файлов с параметрами конечно-элементной сетки и НДС; общее число конечных элементов и узловых точек. Конфигурационный файл состоит из коэффициентов коррекции перемещений и размеров конструкции; значений компонент перемещений и напряжений; интенсивности деформаций и напряжений; значения изолиний с соответствующими значениями температуры цвета; переменной настройки интерфейса; параметра загрузки компонент НДС; вида сетки и конструкции; параметра формы отображения конструкции; параметров видеокарты.

На входе модуль ТАСВИР считывает данные конечно-элементной сетки из файла DISKR1.DAT, узловые значения НДС из файла PARAMS.TXT и параметры из конфигурационного файла CONF.TXT. Модуль визуализации использует модуль INIT для построчного разбора конфигурационного файла. Результатом работы модуля является цветное отображение распределения значений параметров НДС в соответствии с запросами пользователя.

### Вычислительный эксперимент

В качестве материала матрицы однонаправленного волокнистого композита используется алюминиевый сплав Д16 (бороалюминий) с параметрами:  $E = 7.1 \cdot 10^4$  МПа,  $\mu = 0.32$ , с коэффициентом упрочнения  $\bar{\lambda} = 0.5$  и пределом упругости  $\sigma_s = 2.13 \cdot 10^2$  МПа. Для борного волокна  $E' = 39.7 \cdot 10^4$  МПа,  $\mu' = 0.21$ , предел прочности при растяжении  $\sigma'_s = 2.5 \cdot 10^3$ .

С целью исследования влияния объемного содержания волокна в композите рассматривается трехмерная упругопластическая задача об одноосном растяжении по направлению волокон ( $P_{zz} = 850$  МПа) прямоугольной пластины высотой 1 см с шириной 0.5 см и толщиной 0.1 см. Изолированное отверстие радиуса  $R = 0.1$  см находится в центре пластины. Волокна материала расположены параллельно оси  $OZ$ . На рис.5.а приведено поле распределения значений интенсивности деформаций  $p_u$  по плоскости изотропии в окрестности отверстия (деформированная конфигурация). Пластические деформации в основном образуются в окрестности верхней и нижней части отверстия. Небольшие пластические зоны наблюдаются по бокам отверстия.

На рис.5.б приведено распределение значений интенсивности деформаций  $q_u$  по главной оси трансверсальной изотропии (при  $\nu = 35\%$ ). Повышенные значения упругих деформаций формируются по бокам отверстия, однако в окрестности точек пересечения горизонтального диаметра с контуром отверстия, значения минимальны (тон закраски соответствует удвоенным значениям деформаций по плоскости изотропии, приведенным на рис.5.в) [16].

На рис.6 приведены кривые зависимости интенсивности напряжений и деформаций  $P_u \div p_u$  при различных значениях объемного содержания волокна в композите. С уве-

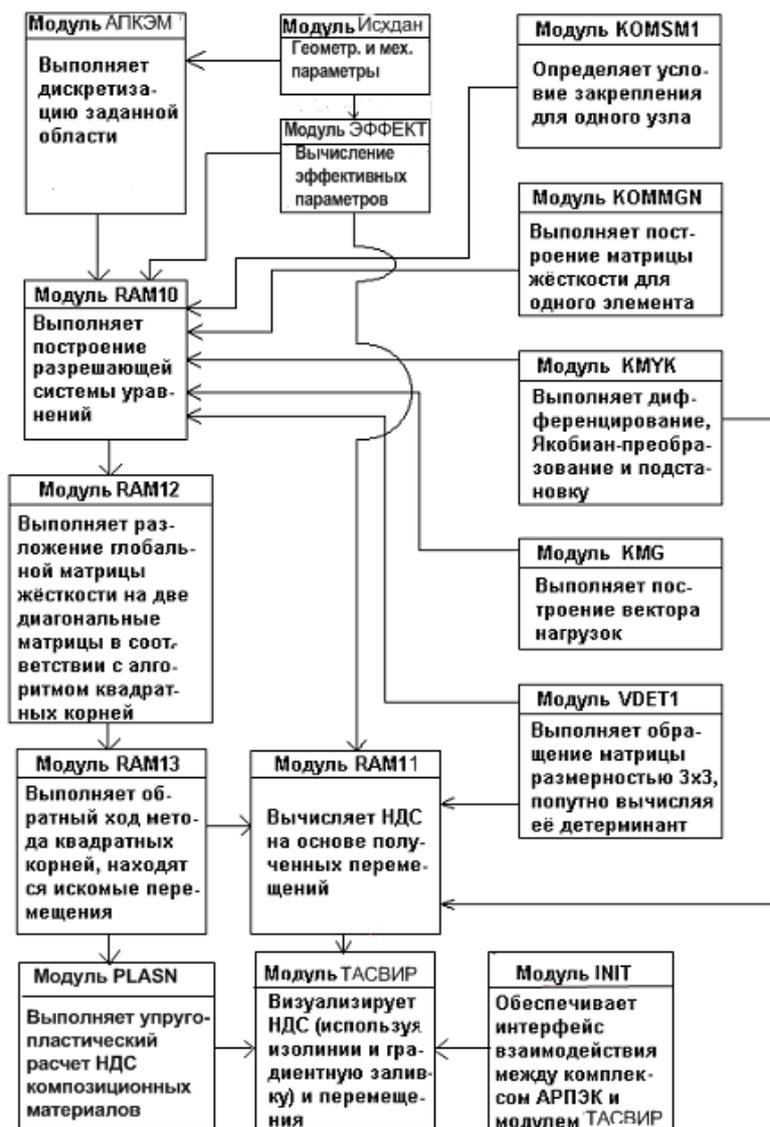


Рисунок 3 Архитектура программного комплекса АПКЭК

личением объемного содержания волокна в композите увеличиваются его прочностные характеристики, вместе с тем, это ведет к уменьшению упругопластических характеристик матрицы [17].

Результаты проведенных вычислительных экспериментов подтвердили закономерности, связанные с влиянием объемного содержания волокна в композите [18]. В промежутке от 30% до 60% объемного содержания волокна волокнистые композиты обладают упругопластическими свойствами. При значениях ниже 30% не обеспечивается совместная работа волокна и матрицы, а при значениях выше 60% композит работает как хрупкий материал.

## Заключение

Разработанные в работе компьютерная модель, вычислительные алгоритмы и спе-

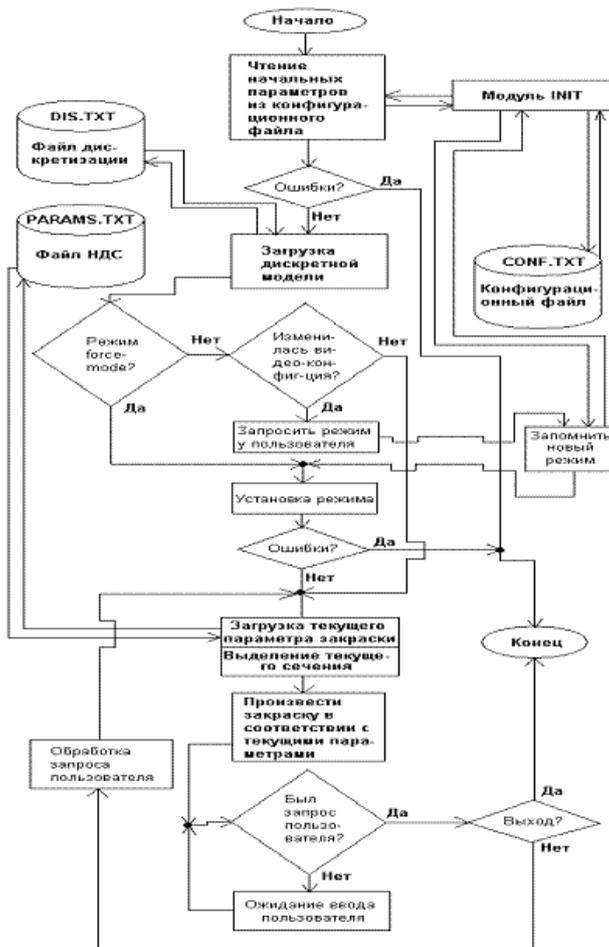


Рисунок 4 Структура модуля визуализации ТАСВИР

специализированный программный комплекс решения задач упругопластического деформирования конструкционных материалов позволяют автоматизировать процесс проектирования ранее недоступных, принципиально новых элементов конструкций с заранее заданными механическими свойствами и конфигурацией. Разработаны вычислительный алгоритм и программный модуль построения конечно-элементной сетки конструкций. Проекция трехмерной конструкции вычерчивается посредством указателя мыши на мониторе компьютера. Визуализация результатов выполняется посредством использования возможностей библиотеки программного интерфейса OpenGL. Разработаны вычислительный алгоритм и программный модуль визуализации результатов расчета, позволяющий выполнять: градиентную заливку; визуализацию изолиний, значения которых задаются пользователем; построение эпюры значений параметров на границах сечения; совмещения конечно-элементной сетки с графиками и градиентной заливкой; вывод значений результирующих компонент в контрольной точке. Проведение вычислительного эксперимента позволило исследовать деформированное состояние однонаправленного композиционного материала Д16 (бороалюминий) и подтвердить закономерности, связанные с влиянием объемного содержания волокна в композите.

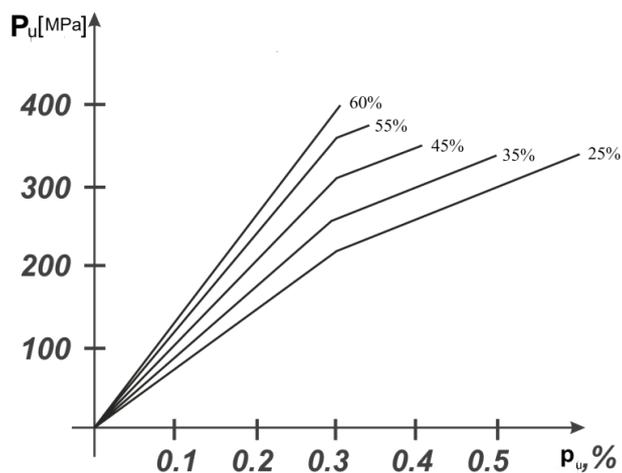


Рисунок 6 Кривые деформирования  $P_u \div p_u$

### Литература

- [1] Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.:Физматлит, 2002, 300 с.
- [2] Коновалов А.Н., Яценко Н.Н. Модульный принцип построения программ как основа создания пакета программ решения задач механики сплошной среды // Комплексы программ математической физики. Сб. науч. тр. Новосибирск, 1972. С. 48-54.
- [3] Кабулов В.К. Алгоритмизация в механике сплошных сред. Ташкент, Фан, 1979. 304 с.
- [4] Победра Б.Е. Модели механики сплошной среды // Фундаментальная и прикладная математика. Изд. дом "Открытые системы". 1997, т.3, № 1, С. 93-127.
- [5] Аннин Б.Д. Модели упругопластического деформирования трансверсально-изотропных материалов // Сиб. журн. индустр. матем., Новосибирск. 1999. т. 2, № 2. С. 3-7.
- [6] Халдэжигитов А.А. О деформационных теориях пластичности для изотропных и трансверсально изотропных тел // Материалы междунаро. научно-техн. конф. "Современные проблемы механики". Ташкент, 2009. Т.1. С. 438-440.
- [7] Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике: М.: Мир, 1975. 541 с.
- [8] Победра Б.Е. Механика композиционных материалов. М.:МГУ, 1984. 336 с.
- [9] Немировский Ю.В., Янковский А.П. Эффективные физико-механические характеристики композитов, однонаправлено армированных моноотропными волокнами. Сообщение 1: Модель армированной среды. Известия вузов, Строительство, № 5, 2006, С.16-42.
- [10] Большаков В.И., Андрианов И.В., Данишевский В.В. Асимптотические методы расчета композитных материалов с учетом внутренней структуры. Днепропетровск: "Пороги", 2008. 196 с.
- [11] Полатов А.М. Программный комплекс решения задач нелинейного деформирования композитных материалов // Проблемы информатики и энергетики. ФАН АН РУз. № 1-2. Ташкент. 2014. С. 27-33.
- [12] Полатов А.М. Исследование напряженного состояния трансверсально-изотропных тел с полостью. Вестник НУУз. № 3, НУУз, Ташкент, 2010. С. 159-164
- [13] Краснов М.В. ОрепGL. Графика в проектах Delphi. СПб.:БХВ Петербург, 2002. 352 с.

## References

- [1] *Tikhonov A.N.* On independence of the solutions of differential equations from a small parameter, *Matem.sb.*, Vol. 22 (64) No. 2 (1948) 193-204.
- [2] *Tikhonov A.N.* O granichnykh skachkakh lineynykh differentsialnykh uravneniy s malym parametroм pri starshikh proizvodnykh // *Vestnik ZhGU im. I. Zhansugurova*. 2012. № 4. p. 17-21. Systems of differential equations containing a small parameter within derivatives, *Matem.sb.*, Vol.31 (73) No. 31 (1952) 575-586.
- [3] *Vishik M.I., Lyusternik L.A.* Regular extinction and boundary layer for linear differential equations with a small parameter, *UMN*, Vol.212, No. 5. (1957) 3-122.
- [4] *Vasilyeva A.B.* Asymptotics of the solutions of some boundary value problems for quasilinear equations with a small parameter and a senior derivative, *RCS USSR*, Vol. 123 No.4 (1958) 583-586.
- [5] *Imanaliev M.I.* Asymptotic methods in the theory of singularly perturbed integer-differential systems // *Researches on the integer-differential equations.* // -Frunze : Ilim, 1962. -Т 2. -P. 21-39.
- [6] *Vishik M.I., Lyusternik L.A.* On initial jump for non-linear differential equations containing a small parameter, *RCS USSR*, Vol. 132 No. 6. (1960) 1242-1245.
- [7] *Kasymov K.A.* On asymptotic of the solutions of Cauchy problem with boundary conditions for non-linear ordinary differential equations containing a small parameter, *UMN*, Vol. 17 No. 5 (1962) 187-188.
- [8] *Dauylbaev M.K.* Asymptotic estimates of solutions of the integro-differential equations with small parameter // *Mathematical Journal*. Vol.8. No4 (2008).
- [9] *Kasymov K.A., Nurgabyl D.N.* Asymptotic estimates of the solution of a singularly perturbed boundary value problem with initial jump for linear differential equations, *Differential equations*, Vol. 40 No. 4 (2004). pp. 597-607.
- [10] *Nurgabyl D.N.* Construction of solution of the singularly perturbed boundary problem with initial jump // *Vestnik of Kirghiz State National University*. - 2001. - Vol.3., №6. - С.173-177.
- [11] *Nurgabyl D.N.* Semidegenerate for singularly perturbed boundary value problems // *Abstracts of the International Conference "Differential Equations and Their Applications."* Almaty, 2001.-С. 51-52.
- [12] *Vasilyeva A.B., Butuzov V.F.* Asymptotic decomposition of Solutions of Singularly Perturbed equations, Moscow, Nauka (1973) -p.272.