

4-бөлім

Раздел 4

Section 4

Қолданылмалы
математикаПрикладная
математикаApplied
Mathematics

УДК 519.63; 519.684

Свойства переноса воздуха в респираторной системе человека с помощью численного моделирования

Исахов А.А., доктор Ph.D., Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан, +77056108050, E-mail: alibek.issakhov@gmail.com
Абылкасымова А. Б., докторант, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан

В данной работе рассматривается перенос воздуха в респираторной системе человека с помощью численного моделирования. Исследование течения воздуха в носовой полости человека представляет значительный интерес, поскольку дыхание осуществляется в основном с помощью носа. Носовое дыхание важно для поддержания внутренней среды легких, так как температура окружающего воздуха переходит в альвеолярные условия при достижении носоглотки. В данной работе проводилось двухмерное численное моделирование переноса воздуха в модельных поперечных сечениях носовой полости для нормального человеческого носа на основе системы уравнений Навье-Стокса, уравнения для температуры и уравнения для относительной влажности. Для численного решения данной системы уравнений применяется схема расщепления по физическим параметрам. Полученные данные численного моделирования переноса воздуха носовой полости человека сверялись с известными численными результатами, в виде профилей скорости и температуры. Результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что при дыхании с помощью нормального человеческого носа есть достаточно времени для нагрева и водообмена, чтобы достичь внутриальвеолярного состояния. Носовая полость ускоряет теплообмен путем сужения проходов для воздуха и завихрений от носовых раковин стенок внутренней полости.

Ключевые слова: перенос воздуха в респираторной системе человека, альвеолярное состояние, теплообмен в носовой полости, уравнение Навье-Стокса, схема расщепления по физическим параметрам, метод конечных объемов.

Сандық модельдеу көмегімен адамның тыныс алу жүйесінде ауаның тасымалдануының қасиеттері

Исахов А.А., Ph.D. докторы, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан Республикасы, +77056108050, Электрондық пошта: alibek.issakhov@gmail.com
Абылкасымова А. Б., докторант, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан Республикасы

Берілген жұмыста сандық модельдеу көмегімен адамның тыныс алу жүйесінде ауаның тасымалдануын қарастырады. Тыныс алу мұрын арқылы жүретін болғандықтан, мұрын қуысындағы ауаның ағымын зерттеу қызығушылық туғызады. Қоршаған ортаның температурасы мұрынжұтқыншаққа жеткенде альвеолярлы жағдайға ауысқандықтан, өкпе ішкі ортасын сақтау үшін мұрынмен тыныс алу маңызды болып табылады. Берілген жұмыста адам мұрны үшін мұрын қуысының көлденең қимасы моделінде ауаның таралуын Навье-Стокс теңдеуі негізінде, температура теңдеуі және салыстырмалы ылғал теңдеуі үшін екі өлшемді сандық модельдеу жүргізілді.

Берілген теңдеулер жүйесінің сандық шешімін табу үшін физикалық параметрлер бойынша ыдырату схемасы қолданылады. Адам мұрын қуысындағы ауаның таралуының сандық модельдеуі жылдамдық және температура профильдерінің сандық нәтижелерімен салыстырылды. Сандық модельдеу нәтижелерінен ішкіальвеолярлық жағдайға жету үшін тыныс алу кезінде адам мұрны ауаны жылыту және ылғандандыру үшін жеткілікті уақыт бар. Ауа өту жолын тарылту және ішкі қуыс қабырғасының мұрын қалқанының құйындары мұрын қуысында жылу алмасуды тездетеді.

Түйін сөздер: адам тыныс алу жүйесінде ауаның таралуы, альвеолярлы жағдай, мұрын қуысында жылу алмасу, Навье-Стокс теңдеуі, физикалық параметрлер бойынша ыдырату схемасы, ақырлы көлем әдісі.

Air transport properties in the human respiratory system by using numerical simulation

Issakhov A.A., Ph.D., al-Farabi Kazakh National University,

Almaty, Kazakhstan, +77056108050, E-mail: alibek.issakhov@gmail.com

Abylkassymova A., doctorate student, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

This paper considers air transport in the human respiratory system with the numerical simulation. Investigation of air flow in the human nasal cavity is of considerable interest, since breathing is done mainly through the nose. Nasal breathing is important to maintain the internal environment of lung, as the ambient temperature becomes alveolar conditions when the nasopharynx. In this study conducted a two-dimensional numerical simulation of air transport in the model cross-sections of the nasal cavity to normal human nose, which based on the Navier-Stokes equations, the equations for temperature and equation for relative humidity. For the numerical solution of this system of equations is used projection method. The obtained data transfer numerical modeling air human nasal cavity were verified with known numerical results in the form of velocity and temperature profiles. Numerical modeling results show that with normal breathing through a human nose have enough time to heat and water exchange to achieve intraalveolar state. The nasal cavity accelerates heat by narrowing the air passages and twists of the turbinates walls of the inner cavity.

Key words: transport of air in the human respiratory system, alveolar state, heat transfer in the nasal cavity, the Navier-Stokes equations, projection method, finite volume method.

1 Введение

Через носовую полость происходит первичное распознавание запахов, через него мы вдыхаем воздух, который переходит в альвеолярные состояния (нагревается там до физиологически нормальной температуры и полностью насыщается водяным паром). Его пределы ограничены вестибулярным аппаратом и внутренними отверстиями полости носа (ходами). Носовая полость разделена анатомически на несколько отделов. Перегородкой нос разделен на две симметричные полости. Внешние отверстия носа - ноздри, ведут к преддверию, имеющему крыльчатые хрящи и колумеллу. В преддверии имеются маленькие волоски - вибриссы. В носу во внутреннем носовом клапане есть место сужения, который соединяет преддверие и собственно полость носа. Носовая полость содержит 2-3 сосудистых образований - носовые раковины. Они выполняют функции регуляторов всей воздушной циркуляции, создают нормальную температуру воздуха и полностью насыщают водяным паром, очищают и обеззараживают его. В норме воздушный поток проходит через нос со скоростью 6 л/мин, этот показатель может быть увеличен до 10 л/мин. Однако носовая полость имеет в зависимости от причины возникновения, искривления и могут быть разделены как:

1. Физиологические
2. Компенсаторные
3. Травматические

При вышеуказанном характере искривления, они негативно сказывается в первую очередь на затруднения дыхания. Носовое дыхание является очень важной, системной частью жизнедеятельности нашего организма и любые его нарушения рано или поздно вызывают отрицательные последствия для человеческого организма. Чаще всего страдает сердечно-сосудистая система, развиваются бронхит или регулярные простуды. Также отрицательные последствия для здоровья из-за носовой полости можно отнести такие причины:

- Затруднение носового дыхания;
- Хронический ринит;
- Аллергические реакции;
- Головные боли;
- Сухость в носу, дискомфорт и неприятные ощущения во время носового дыхания;
- Носовые кровотечения;
- Храп по ночам;
- Повышенная утомляемость, снижение работоспособности, пониженная устойчивость к физическим нагрузкам;
- Частые инфекции, протекающие с симптомами ОРЗ (насморк, кашель, чихание), повышением температуры тела;
- Симптомы хронического воспаления глотки и гортани;
- Симптомы воспалительного процесса в среднем ухе;
- Нарушение формы носа;
- Ухудшение памяти, мышления, рассеянность внимания.

Основным методом устранения искривления носовой полости является хирургическая операция - септопластика. Однако надо отметить, что успешность хирургической операции в лучшем случае не превышает 80 %, что приводит к повторной хирургической операции. А также хирургическая операция будет, зависеть от опыта и умелости самого хирурга. Естественно для увеличения процента успешности хирургической операции нужно будет точно сделать исправления носовой полости. Так как до хирургического вмешательства за счет рентгеновских снимков можно будет оценить характер искривления и с помощью численного моделирования можно будет заранее исправить и оптимизировать носовую полость. Зная предварительно точное исправление носовой пазухи, хирург может увеличить процент успешности проводимой хирургической операции, что соответственно уменьшит процент повторной операции.

2 Обзор литературы

Носовая полость уравнивает вдыхаемый воздух с внутренним состоянием тела с удивительной эффективностью. В работах Коула (Cole, 1953: 669-681), Инглестедта (Ingelstedt, 1956: 1-80) и Вебба (Webb, 1951: 378-382) были достигнуты общие соглашения, что вдыхаемый воздух через носовую полость достигает до альвеолярного состояния (полностью насыщен парами воды и при нормальной температуре тела) к тому времени, когда она достигает глотки, и это практически не зависит от состояния окружающего воздуха поступившего через ноздри. Эти результаты, также были получены в работе Фарли и Пател (Farley and etc., 1988: 628-632), которые собирали в естественных условиях данные с показания температуры воздуха вдоль верхних дыхательных

путей, а также в работе Ханна и Шерер (Hanna and etc., 1986: 12-18), отражаются измерения локальных коэффициентов массообмена на гипсовой модели верхней дыхательной пути человека. Тем не менее, в работе МакФаден (McFadden, 1983: 331-336) отметил, что выводы справедливы и для спокойного дыхания, в некоторых обстоятельствах при высоких уровнях вентиляции, кондиционирование дополнительного воздуха должно происходить во внутригрудных дыхательных путях для того, чтобы полностью обуславливать вдыхаемый воздух в альвеолярном состоянии.

Многочисленные исследования были направлены на оценку увлажнения и регулирования температуры носовой полости. Однако математические модели были основаны на осесимметричных трубках или занятых квазистационарных потоках (Naftali and etc., 1998: 931-839). Как правило, эти работы подтвердили мнение, что в нормальных условиях есть достаточно времени для нагрева и увлажнения воздуха в носовой полости. Кроме того, лекарства также как хирургические процедуры в настоящее время используются с возрастающей скоростью для восстановления структуры и функций носовой полости (Magan, 1990). Например, ароматические ингаляции используются для улучшения воздушного потока и для уменьшения скопления, а также процедуры ринопластики используются для преодоления травмы или эстетических деформаций. Эти искусственные вмешательства вызывают локальные изменения, и могут повлиять на эффективность транспортных явлений воздуха. Однако, точные интраназальные характеристики и распределение транспортных явлений пока еще неизвестны даже для нормального (или здорового) состояния (Issakhov, 2016: 1082-1096), (Issakhov, 2011: 1282-1288).

Экспериментальное исследование носовой полости является практически невозможным, из-за сложной внутренней структуры и размеров, т.е. введение любого измерительного прибора или зонда вызывает дополнительное возмущение потока. Поэтому математическое моделирование является одним из единственных подходов для изучения течения воздуха в носовой полости.

Целью данного исследования было использование численного вычисления для исследования динамической емкости носовой полости, процесса нагрева и увлажнения вдыхаемого воздуха.

3 Постановка задачи

Воздушный поток через структуру носовой полости проходит очень сложный путь. Сложная структура носовой полости и полный трехмерный анализ потока пара, передача тепла во внутренней части слизистой оболочки носовой полости требует значительных вычислительных ресурсов, которые препятствуют систематическому анализу соответствующих факторов (Рисунок 1).

С учетом имеющихся вычислительных ресурсов, комплексное исследование транспортных механизмов проводилось в двумерном виде, через поперечные сечения носа.

Дополнительно для численного моделирования делаются следующие предположения:

- Стенки носовой полости и носовых раковин предполагаются неподвижно твердыми.
- Течение воздуха в носовой полости рассматривается как ламинарное течение, и воздух как несжимаемую среду (так как числа Рейнольдса и Маха очень маленькие).
- Скорости на стенках полости принимаются как нулевые ($u = 0, v = 0$).

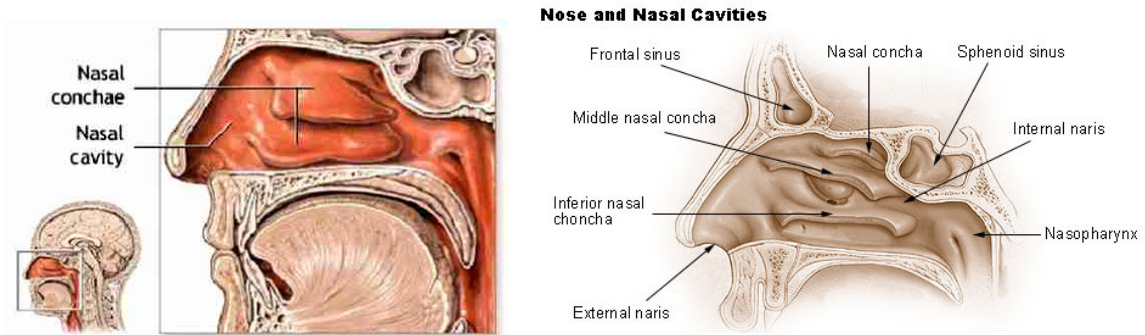


Рисунок 1 – Модель носа при продольном сечении.

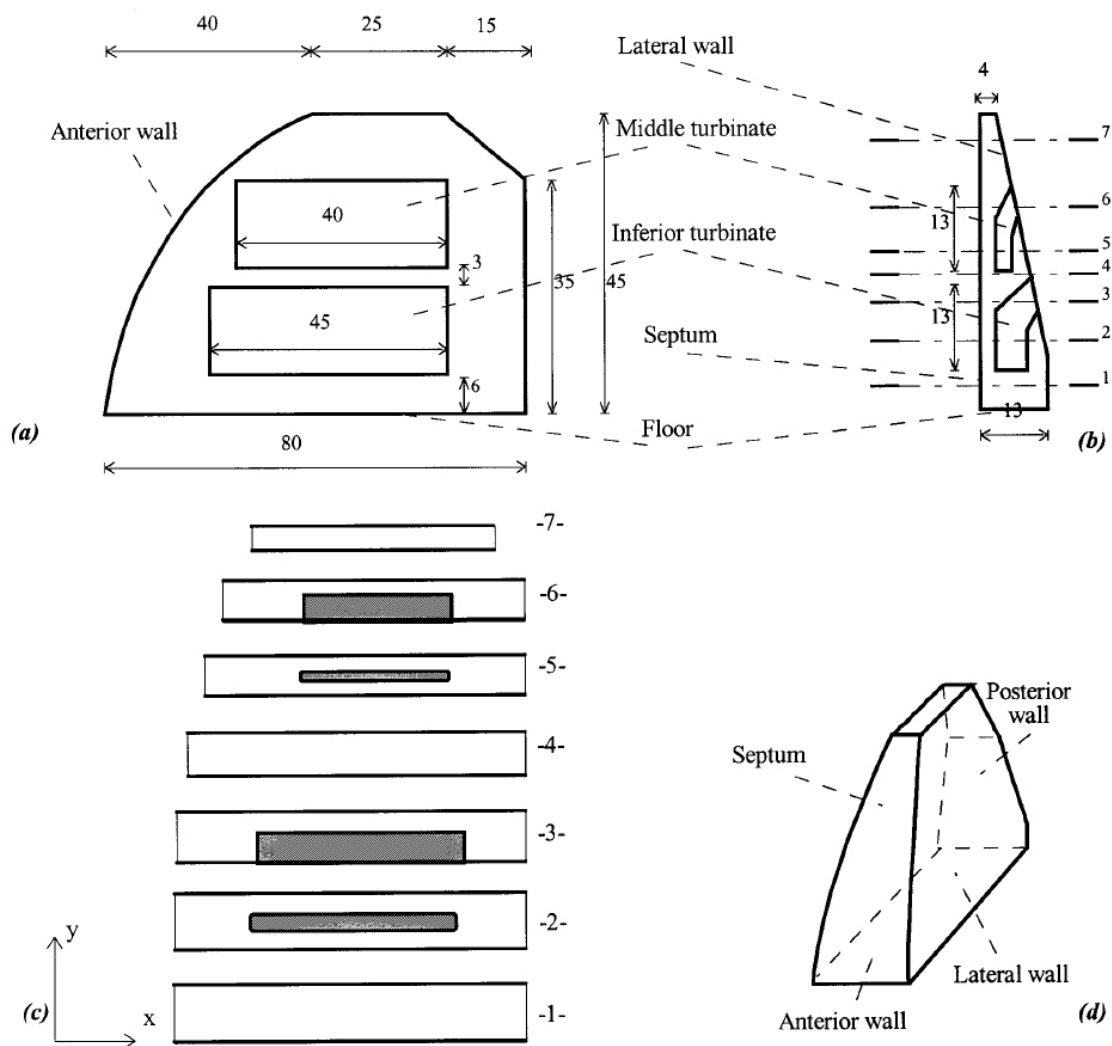


Рисунок 2 – Упрощенная модель носа: а) продольное сечение, б) коронарное сечение, в) поперечные сечения на высоте $h=3, 13, 17, 20, 26, 33, 40$ мм от нижней точки носовой полости, д) перспективный вид.

– Стенки носовой полости считаются полностью насыщенными парами воды и температура вблизи тела из-за влажного слизистого слоя доходят до васкулярных сосудов носовой стенки.

Тонкие особенности носа не имеют точных размеров, т.к. существуют различия в структуре носовой полости у здоровых людей, поэтому практически невозможно определить точную модель "нормального носа". Таким образом, разрабатывается упрощенная модель носа, где выявляются основные существенные признаки носовой полости. Размеры взяты из усредненных данных носовой полости человека (Рисунок 2).

Физической областью задачи является второе поперечное сечение (Рисунок 2(с) 2-"), которое имеет важное значение для исследования, т.к. именно в этой области протекает значимая доля воздушного потока, а также имеет сложную структуру, благодаря которой выполняются основные функции носовой полости.

Математическая модель построена на основе уравнений Навье-Стокса, включающие уравнение неразрывности, уравнение движения, а также дополнительно используется уравнение энергии (температуры) и уравнения для относительной влажности (Ferziger and etc., 2013), (Fletcher and etc., 2013), (Chung, 2002).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right)$$

где u, v - компоненты скорости, t - время, p - давление, ν - кинематическая вязкость, T - температура, C - влажность, c_p - удельная теплоемкость среды при постоянном давлении, k - коэффициент теплопроводности, ρ - плотность, D - коэффициент молекулярной диффузии.

Мгновенная скорость на входе в каждом поперечном сечении предполагается, что имеет параболический профиль с максимальной скоростью $(U_{in}^M)_{\max}$, которая изменяется в течение дыхательного цикла. В работе Хирардин и др. (Girardin, 1983: 231-236) проведены измерения с помощью лазерной анемометрии в модели носа человека и были обнаружены, что поле течения в основном имеют слоистые параболические профили

скорости в любом поперечном сечении. В состоянии покоя, нормальный взрослый человек дышит объемом около $V_T = 0.5L$ (вдох и выдох) $f = 15$ раз в минуту при средней скорости потока около $0,125$ л/с в каждую ноздрю. Соответственно, мгновенное распределение скорости на входе U_{in}^M в направлении x дана таком виде (Рисунок 3):

$$u_{in}(t, x = 0, y) = (U_{in}^M)_{\max} \left[2 \sin^2 \frac{\pi t}{2} - 1 \right] \times \frac{(12y - y^2)}{36}$$

Граничное условие входа для температуры и относительной влажности внешнего воздуха взята равным $25^\circ C$ и $0.0047 \text{ kg } H_2O/m^3$, соответственно:

$$T_{in}(t, x = 0, y) = 25^\circ C$$

$$C_{in}(t, x = 0, y) = 0.0047 \text{ kg } H_2O/m^3$$

На стенках носовой полости и носовой раковины:

$$u_{wall}(t, x, y) = 0, \quad v_{wall}(t, x, y) = 0,$$

$$T_{wall}(t, x, y) = 37^\circ C \quad C_{in}(t, x, y) = 0.0438 \text{ kg } H_2O/m^3$$

Начальные условия задаются в таком виде:

$$u_0(t = 0) = 0,$$

$$T_0(t = 0) = 32^\circ C.$$

$$C_0(t = 0) = 0.0235 \text{ kg } H_2O/m^3.$$

4 Материал и методы

Для численного решения данной системы уравнений используется схема расщепления по физическим параметрам (Issakhov, 2015: 229-238), (Chorin, 1968: 745-762). Уравнения дискретизируются методом конечных объемов (Peyret, 1983), (Pletcher and etc., 2011), (Roache, 1972). На первом этапе предполагается, что перенос количества движения осуществляется только за счет конвекции и диффузии, и методом Рунге-Кутты четвертого

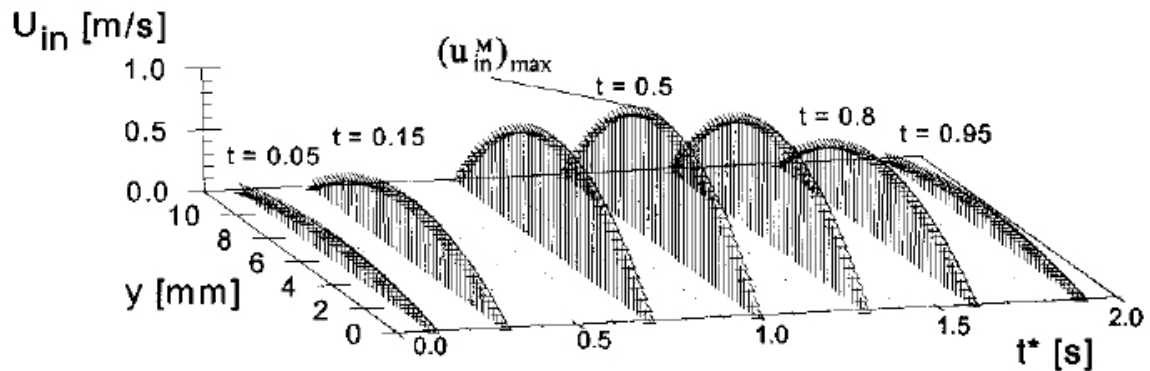


Рисунок 3 – Скорость воздуха на входе в поперечном сечении.

порядка вычисляется промежуточное поле скоростей (Chung, 2002). На втором этапе, по найденному промежуточному полю скорости, находится поле давления. Уравнение Пуассона для поля давления решается методом Якоби. На третьем этапе предполагается, что перенос осуществляется только за счет градиента давления. На четвертом этапе вычисляется уравнения для температуры методом Рунге-Кутты четвертого порядка. На пятом этапе вычисляется уравнения для относительной влажности, также решается методом Рунге-Кутты четвертого порядка (Chung, 2002), (Issakhov, 2016: 1082-1096), (Issakhov, 2011: 1282-1288). Ниже приведена математическая запись данного алгоритма:

$$1) \int_{\Omega} \frac{\vec{u}^* - \vec{u}^n}{\tau} d\Omega = - \oint_{\partial\Omega} (\nabla \vec{u}^n \vec{u}^* - \nu \Delta \vec{u}^*) n_i d\Gamma$$

$$1) \oint_{\partial\Omega} (\Delta p) d\Gamma = \int_{\Omega} \frac{\nabla \vec{u}^*}{\tau} d\Omega$$

$$1) \frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^*}{\tau} = -\nabla p.$$

$$1) \frac{T^{n+1} - T^n}{\tau} = \frac{k}{\rho c_p} \Delta T - \nabla u^n T$$

$$1) \frac{C^{n+1} - C^n}{\tau} = D \Delta C - \nabla u^n C$$

Для проведения численного моделирования была построена вычислительная сетка с помощью программного комплекса PointWise. Для того чтобы распараллелить численный алгоритм используется метод декомпозиции области для этого вычислительная область делиться на 12 подобластей. Поставленная задача запускалась на программном комплексе ITFS-МКМ на высокопроизводительном кластере T-Cluster при механико-математическом факультете КазНУ им. аль-Фараби

5 Результаты и обсуждение

В результате численного моделирования аэродинамики носовой полости человека получены следующие данные. А также для проверки данного численного алгоритма использовались данные расчетов из статьи (Naftali and etc., 1998: 831-839), где описаны профили продольной компоненты скорости и температуры в трех поперечных сечениях: на расстоянии $x_1 = 17\text{мм}$, $x_2 = 49\text{мм}$ и $x_3 = 80\text{мм}$ от входа (Рис. 4). Для численного моделирования использовались соответствующие, параметры для воздушных констант: $\rho = 1.12\text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.9 \times 10^{-5}\text{ kg/ms}$, $c_p = 1005.5\text{ J/kgK}$, $k = 0.0268\text{ W/mK}$, $D = 2.6 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$.

На рисунке 5 показаны сравнение профилей для x_1 , x_2 и x_3 продольной составляющей скорости результатов расчета и данных из статьи Naftali S. (Naftali and etc., 1998: 831-839). На рисунке 6 показаны сравнение профилей температуры для сечений x_1 , x_2 и x_3 с работой (Naftali and etc., 1998: 831-839). На рисунке 7 показаны профили относительной влажности для сечений x_1 , x_2 и x_3 . На всех рисунках представлены численные результаты были обезразмерены.

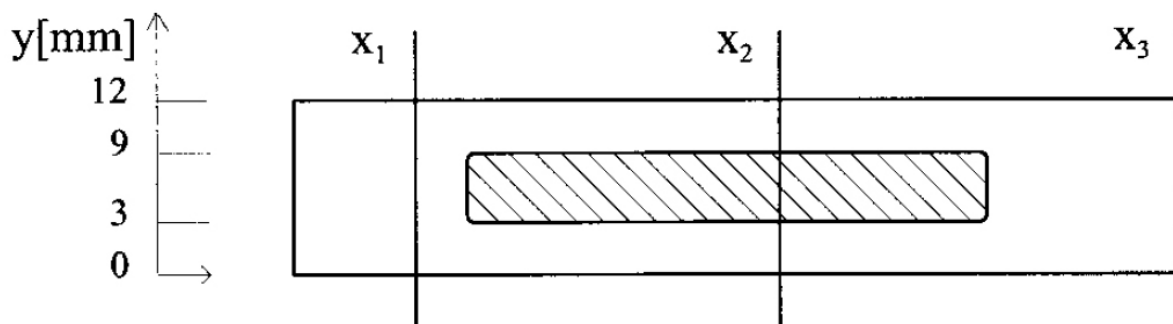


Рисунок 4 – Оценка в трех локациях для температуры и скорости для поперечного сечения.

На рисунке 8 изображен продольный компонент скорости в поперечном сечении для времени $t = 1\text{ с}$. На рисунке 9 изображен поперечный компонент скорости в поперечном сечении для времени $t = 1\text{ с}$. Из рисунков видно, что появляющиеся из-за носовых раковин вихревые течения, которые играют немаловажную роль в процессе нагрева воздуха. На рисунке 10 - 11 отображаются компоненты температуры, и относительная влажность на расчетной области для времени $t = 1\text{ с}$. Из рисунков можно заметить, что при прохождении в узких местах носовой полости воздух нагревается вниз по течению, а также увеличивается относительная влажность. А также из рисунка 9 можно увидеть, что за носовой перегородкой температура увеличивается и к носоглотке температура воздуха греется до альвеолярного состояния. А при низкой температуре окружающей среды относительная влажность играет очень важную роль.

6 Заключение

Таким образом, в ходе исследования носовой полости можно сделать следующие выводы, что стенки носовой полости способствуют нагреву воздуха и появлению вихрей,

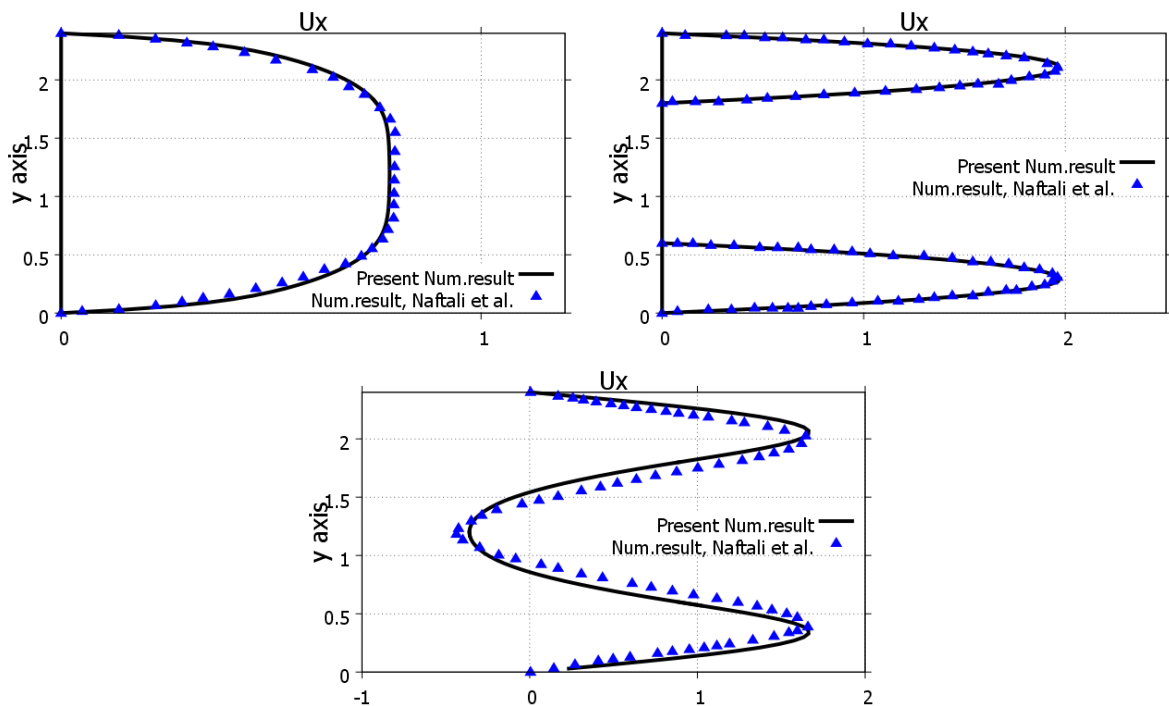


Рисунок 5 – Сравнения профили составляющей скорости для сечений $x_1 = 17$ мм, $x_1 = 49$ мм и $x_3 = 80$ мм с результатами расчетов из статьи (Naftali and etc., 1998: 831-839).

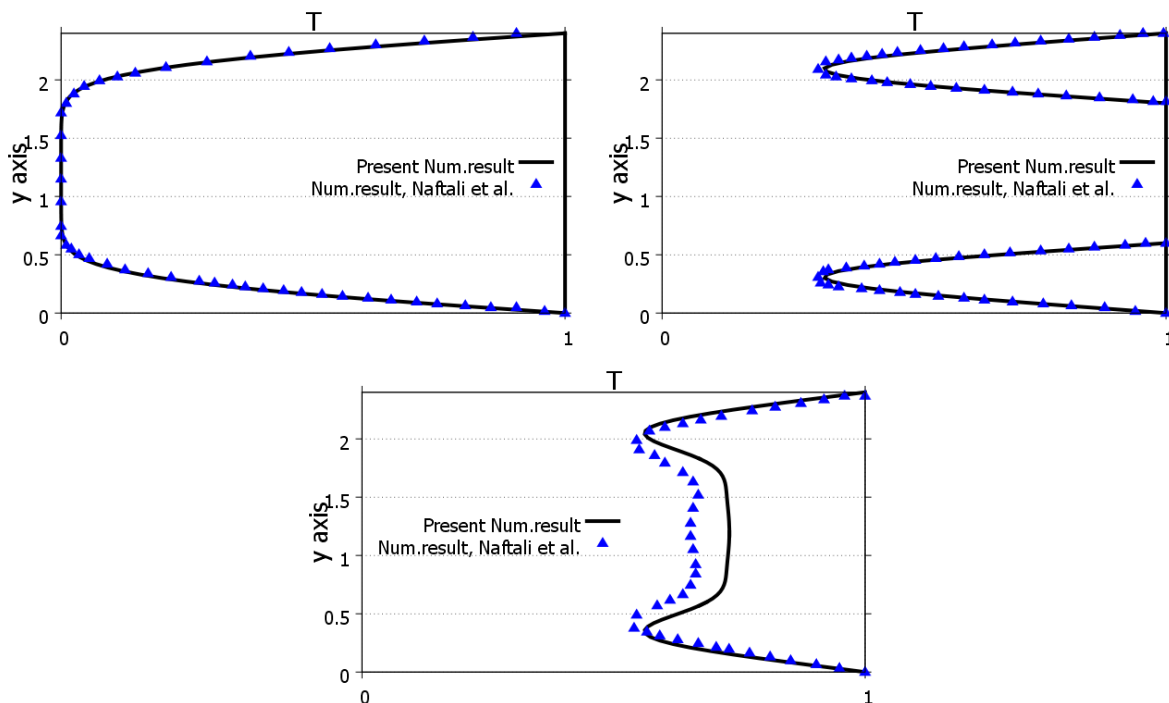


Рисунок 6 – Сравнения профилей температуры для сечений $x_1 = 17$ мм, $x_1 = 49$ мм и $x_3 = 80$ мм с результатами расчетов из статьи (Naftali and etc., 1998: 831-839).

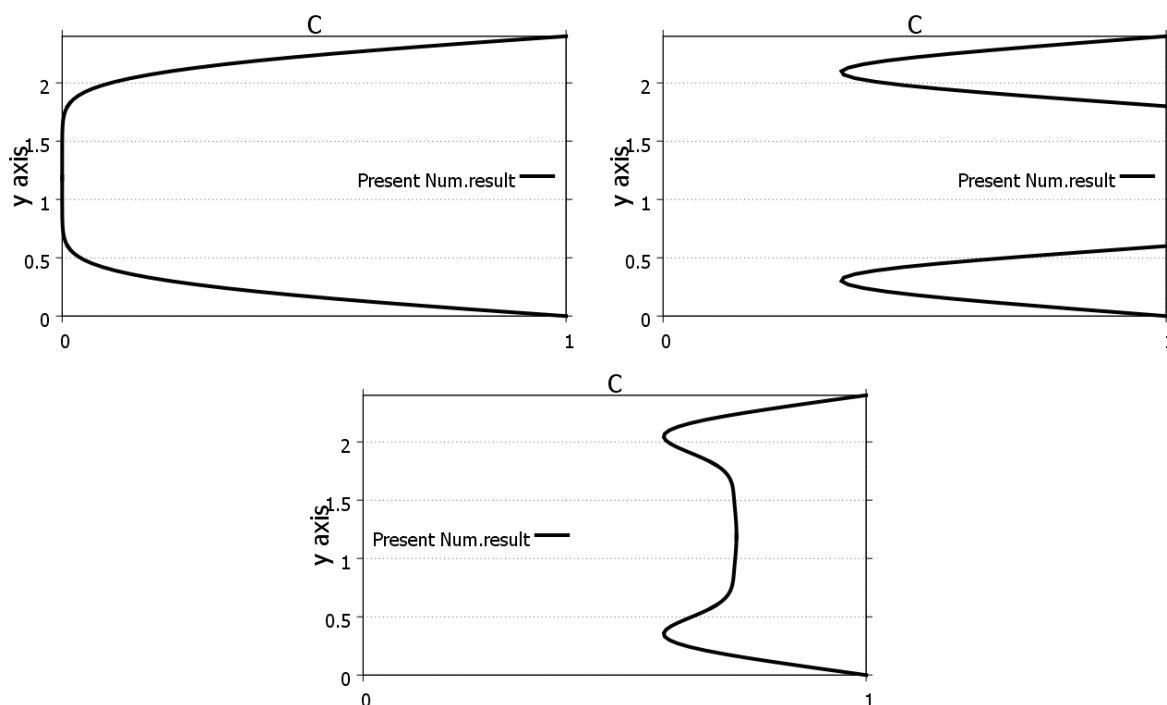


Рисунок 7 – Профили относительной влажности для сечений $x_1 = 17$ мм, $x_1 = 49$ мм и $x_3 = 80$ мм.

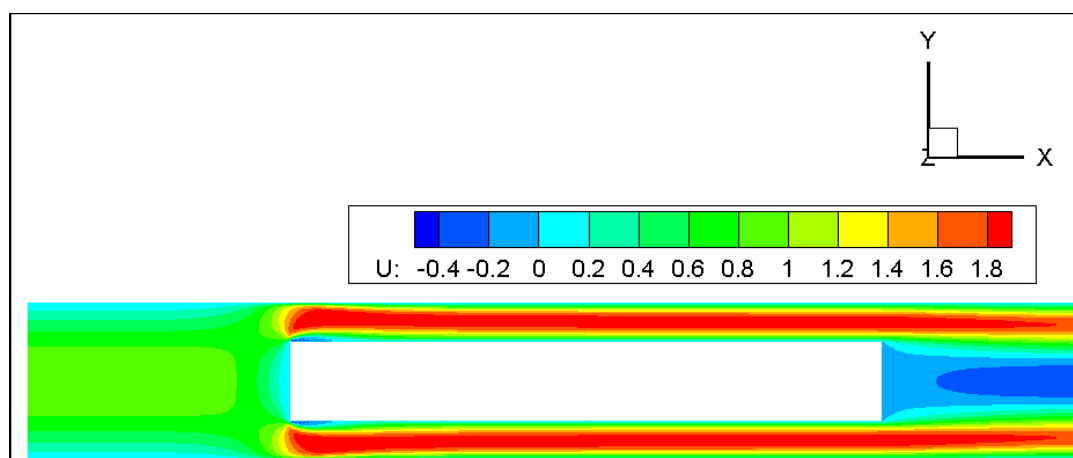


Рисунок 8 – Продольные компоненты скорости потока для поперечного сечения.

которые имеют немаловажное значение для перехода воздуха в альвеолярное состояние, перед тем как попасть в носоглотку. А также немаловажную роль играет, относительная влажность в носовой полости, так как при низких температурах окружающей среды за счет влажности идет нагревание входного воздуха. Исследования движения воздуха в носовой полости являются актуально значимыми, так как в настоящее время, по разным причинам увеличивается число людей с проблемами носового дыхания данная проблема разрешается хирургическим путем, где важно оптимально оперировать структуру носа, так чтобы носовая полость правильно функционировала, поскольку нормальное дыхание должно осуществляться с помощью носа.

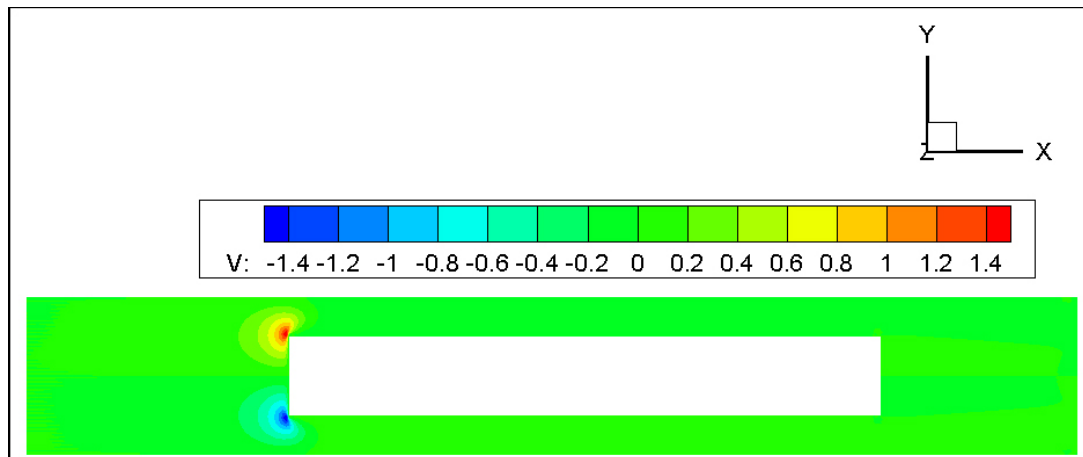


Рисунок 9 – Поперечные компоненты скорости потока для поперечного сечения.

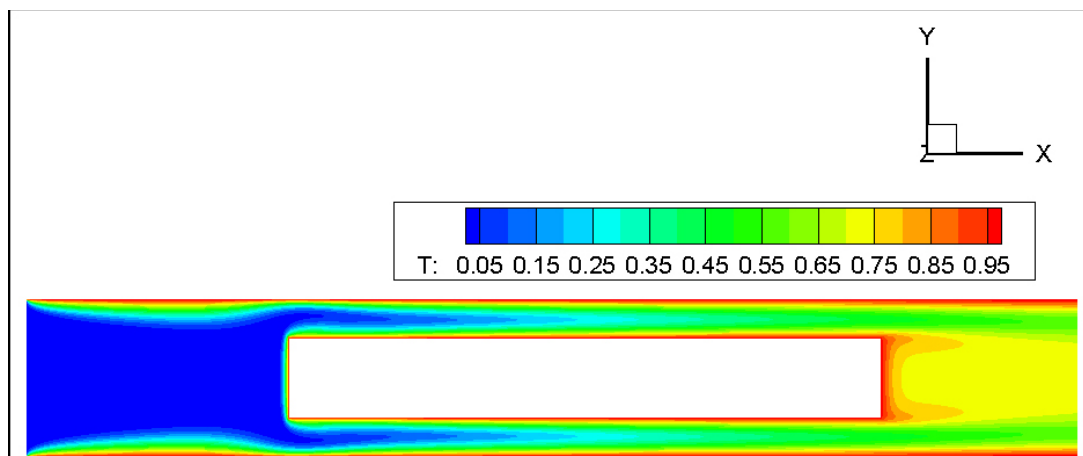


Рисунок 10 – Температура потока для поперечного сечения.

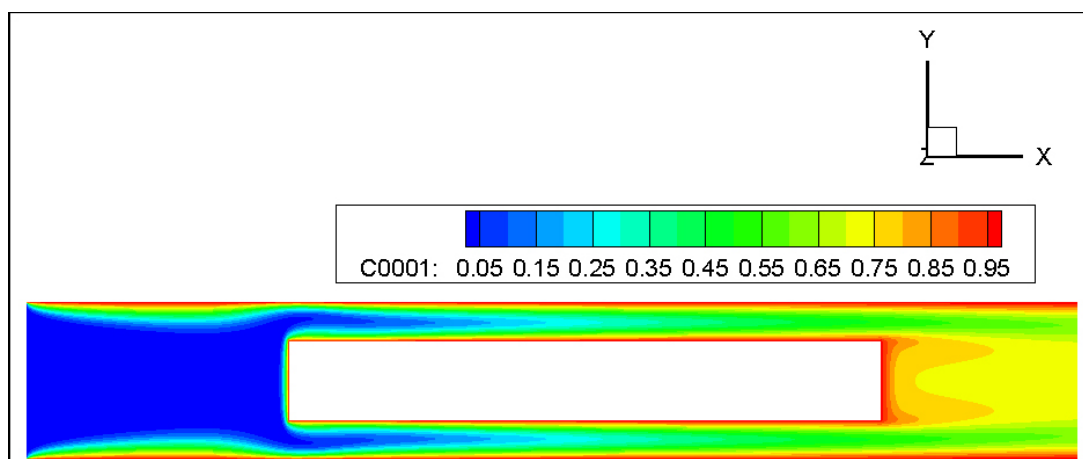


Рисунок 11 – Относительная влажность потока для поперечного сечения.

Список литературы

- [1] Chorin A.J. Numerical solution of the Navier-Stokes equations // *Math. Comp.* —1968. —22. —P. 745-762.
- [2] Cole P. Some aspects of temperature, moisture and heat relationships in the upper respiratory tract // *J. Laryngol. Otol.* — 1953. — 67. — P. 669-681.
- [3] Chung T.J., *Computational Fluid Dynamics*, — Cambridge University Press, 2002, — 1012 p.
- [4] Farley R. D., and Patel K. R. Comparison of air warming in human airway with thermodynamic model // *Med. Biol. Eng. Comput.* — 1988. — 26. — P. 628-632.
- [5] Ferziger J.H., Peric M., *Computational Methods for Fluid Dynamics*, third edition, Springer, 2013. — 426 p.
- [6] Fletcher C. A.J., Fletcher C. A. *Computational Techniques for Fluid Dynamics*, Vol. 1: Fundamental and General Techniques. — Springer. 2013. — 401 p.
- [7] Girardin, M., E. Bilgen, and P. Arbour. Experimental study of velocity fields in a human nasal fossa by laser anemometry // *Ann. Otol. Rhinol. Laryngol.* — 1983. — 92. — P. 231-236.
- [8] Hanna L. M., and Scherer P. W. Measurement of local mass transfer coefficients in a cast model of the human upper respiratory tract // *J. Biomech. Eng.* — 1986. — 108. — P. 12-18.
- [9] Ingelstedt S. Studies on conditioning of air in the respiratory tract // *Acta Oto-Laryngol. Suppl.* — 1956. — 131. — P. 1-80.
- [10] Issakhov A. Mathematical modeling of the discharged heat water effect on the aquatic environment from thermal power plant // *International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulation.* — 2015. —16(5). — P. 229-238. doi:10.1515/ijnsns-2015-0047.
- [11] Issakhov A. Mathematical modeling of the discharged heat water effect on the aquatic environment from thermal power plant under various operational capacities // *Applied Mathematical Modelling*, — 2016. — Volume 40. — Issue 2. — P. 1082-1096. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2015.06.024>.
- [12] Issakhov A. Large eddy simulation of turbulent mixing by using 3D decomposition method // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2011. — 318(4). — P. 1282-1288. doi:10.1088/1742-6596/318/4/042051.
- [13] Maran A. G. D., and Lund V. J. *Clinical Rhinology* // — New York: Thieme Medical. — 1990.
- [14] McFadden E. R. Respiratory heat and water exchange: Physiological and clinical implications // *J. Appl. Physiol.* — 1983. — 54. — P.331-336.
- [15] Naftali S., Schroter R. C., Shiner R. J., Elad D. Transport Phenomena in the Human Nasal Cavity: A Computational Model // *Annals of biomedical engineering.* — 1998. — P. 831-839.
- [16] Peyret R., Taylor D.Th. *Computational Methods for Fluid Flow.* — Springer-Verlag, NewYork:Berlin, 1983, — 358 p.
- [17] Pletcher R. H., Tannehill J. C., Anderson D. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Third Edition (Series in Computational and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences). — CRC Press. 2011. — 774 p.
- [18] Roache P.J. *Computational Fluid Dynamics.* —Hermosa Publications, Albuquerque, NM, 1972. — 434 p.
- [19] Webb P. Air temperatures in respiratory tracts of resting subjects // *J. Appl. Physiol.* — 1951. — 4. — P. 378-382.

References

- [1] Chorin, A.J. "Numerical solution of the Navier-Stokes equations." *Math. Comp.* 22(1968): 745-762.
- [2] Cole, P. "Some aspects of temperature, moisture and heat relationships in the upper respiratory tract," *J. Laryngol. Otol.* 67 (1953): 669-681.
- [3] Chung, T.J., "Computational Fluid Dynamics," Cambridge University Press, (2002), 1012 p.
- [4] Farley, R. D., and Patel, K. R. "Comparison of air warming in human airway with thermodynamic model," *Med. Biol. Eng. Comput.* 26 (1988): 628-632.
- [5] Ferziger, J.H. and Peric M. "Computational Methods for Fluid Dynamics, third edition," Springer, (2013), 426 p.
- [6] Fletcher, C. A.J. and Fletcher, C. A. "Computational Techniques for Fluid Dynamics, Vol. 1: Fundamental and General Techniques," Springer. (2013). 401 p.
- [7] Girardin, M., E. Bilgen, and P. Arbour. "Experimental study of velocity fields in a human nasal fossa by laser anemometry," *Ann. Otol. Rhinol. Laryngol.* 92(1983): 231-236.
- [8] Hanna L. M., and Scherer P. W. "Measurement of local mass transfer coefficients in a cast model of the human upper respiratory tract," *J. Biomech. Eng.* 108(1986): 12-18.
- [9] Ingelstedt S. "Studies on conditioning of air in the respiratory tract." *Acta Oto-Laryngol. Suppl.* 131(1956): 1-80.
- [10] Issakhov A. "Mathematical modeling of the discharged heat water effect on the aquatic environment from thermal power plant," *International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulation* 16(5) (2015): 229-238. doi:10.1515/ijnsns-2015-0047.
- [11] Issakhov A. "Mathematical modeling of the discharged heat water effect on the aquatic environment from thermal power plant under various operational capacities," *Applied Mathematical Modelling* Volume 40, Issue 2 (2016): 1082-1096. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2015.06.024>.
- [12] Issakhov A. "Large eddy simulation of turbulent mixing by using 3D decomposition method," *J. Phys.: Conf. Ser.* 318(4) (2011): 1282-1288. doi:10.1088/1742-6596/318/4/042051.
- [13] Maran A. G. D., and Lund V. J. "Clinical Rhinology," New York: Thieme Medical. (1990).
- [14] McFadden E. R. "Respiratory heat and water exchange: Physiological and clinical implications," *J. Appl. Physiol.* 54(1983): 331-336.
- [15] Naftali S., Schroter R. C., Shiner R. J. and Elad D. "Transport Phenomena in the Human Nasal Cavity: A Computational Model," *Annals of biomedical engineering* (1998): 831-839.
- [16] Peyret R. and Taylor D.Th. "Computational Methods for Fluid Flow," Springer-Verlag, New York:Berlin, (1983). 358 p.
- [17] Pletcher R. H., Tannehill J. C. and Anderson D. "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Third Edition (Series in Computational and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences)," CRC Press. (2011). 774 p.
- [18] Roache P.J. "Computational Fluid Dynamics," Hermosa Publications, Albuquerque, NM, (1972). 434 p.
- [19] Webb P. "Air temperatures in respiratory tracts of resting subjects," *J. Appl. Physiol.* 4(1951): 378-382.