

# Математическое Моделирование переноса нефтяной пленки на поверхности моря

А.Ж. Жайнаков<sup>1</sup>, А.К. Хикметов<sup>2</sup> и К.К. Каржаубаев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Бишкек, Кыргызстан

<sup>2</sup> Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан  
jainakov-41@mail.ru, askar.khikmetov@kaznu.kz, kairzhan.k@gmail.com

**Аннотация.** В работе рассмотрено математическое моделирование переноса нефтяной пленки на поверхности моря с учетом метеорологических условий. Нефтяная пленка является многокомпонентной, для каждой из которых учтены процессы деградации и испарения на основе физико-химических свойств компонент. Теоритическую основу математических моделей составляют уравнения гидродинамики моря, уравнения переноса и трансформации концентрации. Численное моделирование проводилось на разнесенной сетке со вторым порядком точности по пространству и первым по времени. Как показывают численные расчеты, распространение нефтяного пятна на поверхности моря сильно зависит от силы, направления и скорости движения танкера.

**Ключевые слова:** Каспийское море, нефтяное загрязнение, математическая модель.

## 1 Введение

Источники загрязнения Каспия многообразны и расположены на территории всех Прикаспийских государств, включая их морские акватории. Большую потенциальную угрозу для Каспия из-за подъёма уровня моря представляют законсервированные нефтяные скважины и прибрежные нефтепромыслы, аварии на разведочных скважинах и транспортных средствах, а также трансграничный перенос загрязняющих веществ (металлов, нефтепродуктов и т.д.) по рекам Волга, Урал и др.

Северный Каспий занимает всего 0,5% от общего объема воды в море. В результате интенсификации процессов освоения углеводородного сырья, как в прибрежной, так и в шельфовой зоне, море подвергается загрязнению нефтепродуктами и сопутствующим им токсикантами. Кроме того, Каспийское море принимает стоки рек, несущих с собой различные загрязняющие вещества. Всё это определяет повышенный уровень антропогенной загрязненности моря. Как известно, нефтяная отрасль по глубине и многообразию негативных воздействий на окружающую среду превосходит все другие отрасли топливно-энергетического комплекса. Наиболее ощутимо эти воздействия проявляются в условиях добычи, подготовки, переработки и транспорта углеводородного сырья и нефтепродуктов [1,2,3].

Главным загрязнителем моря, безусловно, является нефть. Нефтяные загрязнения подавляют развитие фитобентоса и фитопланктона Каспия, представленных сине-зелеными и диатомовыми водорослями, снижают выработку кислорода. Увеличение загрязнения отрицательно сказывается и на тепло-, газо-, влагообмене между водной поверхностью и атмосферой. Из-за распространения на значительных площадях нефтяной пленки скорость испарения снижается в несколько раз. Загрязнение Каспийского моря ведёт к гибели огромного числа редких рыб и других живых организмов. Наиболее наглядно влияние нефтяного загрязнения видно на водоплавающих птицах.

При прогнозировании возможных изменений режима моря и их экологических систем под влиянием антропогенных воздействий, в последнее время успешно используются методы математического моделирования. Однако до настоящего времени нет обобщающих

работ, в которых достаточно подробно освещались бы как особенности динамических процессов в морях, так и используемые для их описаний математические модели.

Теоретическую основу математических моделей составляют уравнения гидродинамики моря, уравнения переноса и трансформации концентрации. Необходимо отметить, что подобные модели существенно нелинейны и нестационарны. Преднамеренное и естественное воздействие человека на окружающую среду приводит к заданию дополнительных возмущений, влияющих на формирование исследуемых процессов. При математическом моделировании процессов распространения примесей очень важным этапом является разработка и выбор соответствующего вычислительного алгоритма и аппроксимации уравнения переноса.

## 2 Математическая модель

При изучении распространения в природных средах таких загрязнителей антропогенного происхождения, как химические отходы промышленных предприятий и сельского хозяйства, широко используются математические модели и численные эксперименты на ЭВМ. В водоемах-охладителях пространственное изменение температуры невелико (не превышает 200). Соответствующее изменение плотности намного меньше самой величины плотности воды. Поэтому стратифицированное течение в водоеме можно описывать уравнениями в приближении Буссинеска, т.е. в уравнениях движения переменную величину плотности воды можно заменить некоторым постоянным ее значением везде, за исключением членов, представляющих архимедову силу. Для большинства водоемов суши вертикальный размер водоема значительно меньше характерных горизонтальных размеров. Поэтому течение в водоеме можно рассматривать как течение в мелководном бассейне. С учетом этих обстоятельств распределение давления по вертикали в таких водоемах можно принять гидростатическим, так как вертикальная составляющая ускорения будет намного меньше ускорения силы тяжести, тогда систему уравнений описывающую динамику водоема записать в виде:

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial U_1}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_1} - \overline{u_1^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \overline{u_1 u_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_3} - \overline{u_1 u_3} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial U_2}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \nu \frac{\partial U_2}{\partial x_1} - \overline{u_1 u_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \nu \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - \overline{u_2^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \nu \frac{\partial U_2}{\partial x_3} - \overline{u_2 u_3} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x_3} = -g\rho, \quad \frac{\partial U_k}{\partial x_k} = 0, \quad \rho = \rho_0 (T - T_0) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( a \frac{\partial T}{\partial x_1} - \overline{u_1 t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( a \frac{\partial T}{\partial x_2} - \overline{u_2 t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( a \frac{\partial T}{\partial x_3} - \overline{u_3 t} \right) \quad (4)$$

Если предположить, что отклонение свободной поверхности от ее невозмущенного горизонтального положения незначительно в сравнении с глубиной, тогда исключив давление из динамических уравнений (1-4) их можно представить в виде:

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial U_1}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_1} - \overline{u_1^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \overline{u_1 u_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_3} - \overline{u_1 u_3} \right) - g \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \eta + \frac{1}{\rho_0} \int_{x_3}^{z_0} \rho dx_3 \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial U_2}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \nu \frac{\partial U_2}{\partial x_1} - \overline{u_1 u_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \nu \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - \overline{u_2^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \nu \frac{\partial U_2}{\partial x_3} - \overline{u_1 u_3} \right) - g \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \eta + \frac{1}{\rho_0} \int_{x_3}^z \rho dx_3 \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial x_k} = 0, \rho - \rho_0 = \beta \rho_0 (T - T_0) \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( a \frac{\partial T}{\partial x_1} - \overline{u_1 t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( a \frac{\partial T}{\partial x_2} - \overline{u_2 t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( a \frac{\partial T}{\partial x_3} - \overline{u_3 t} \right) \quad (8)$$

Уравнения (5-8) после их замыкания какими-либо полуэмпирическими соотношениями, следует дополнить граничными условиями. Если на поверхности и боковых стенках они более или менее очевидны, то для развитого турбулентного течения над шероховатой поверхностью не существует общепринятого способа задания условий для продольной составляющей скорости на твердой поверхности. Наиболее распространенным является условие скольжения, записанные в виде [4,5]:

$$\nu_T \frac{dU}{dx_3} - K_b |U| U = 0 \quad (9)$$

вывод, которого дан Квоном. Здесь -  $\nu_T$  коэффициент турбулентной вязкости,  $K_b=0.014$  – эмпирическая постоянная.

Перенос нефтяной пленки на поверхности моря моделируется уравнением конвекции:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (U_1 S)}{\partial x_1} + \frac{\partial (U_2 S)}{\partial x_2} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial S}{\partial n} = 0, n \in z_b \quad (11)$$

Наличие на поверхности моря пленки нефти может существенно изменить гидродинамические характеристики свободной поверхности моря. Дело в том, что при изменении формы поверхности, сопровождающем движение жидкости, происходит растяжение или сжатие пленки, т.е. изменение поверхностной концентрации вещества. Эти изменения приводят к появлению дополнительных сил, которые и должны быть учтены в граничных условиях, имеющих место на свободной поверхности жидкости.

Мы ограничимся здесь рассмотрением нефтяной пленкой, которую можно считать нерастворимой в морской воде. Это значит, что нефтяная пленка находится только у поверхности и не проникает вглубь морской воды. Если же нефтяная пленка обладала бы некоторой заметной растворимостью, то необходимо было бы принять во внимание процессы диффузии между нефтяной пленкой и объемом морской воды.

### 3 Численное решение

Численное моделирование проводилось для Кашаганской нефти, физико-химические параметры которой представлены в таблице 1.

Для численного решения задачи (5-11) используется метод расщепления по физическим параметрам в комбинации метода дробных шагов по пространственным переменным [6,7,8]. Дискретизация отдельных членов уравнения (10) проводится с помощью конечно-разностных выражений, центрированных относительно точки сетки  $(i + \frac{1}{2}, j)$ . Для аппроксимации конвективных членов применяется производная против потока повышенного порядка точности.

### 4 Результаты

Построенная математическая модель позволяет рассчитать и произвести оценку ареала, определения траекторий миграций нефтяного пятна на поверхности по акватории Каспийского моря с учетом: объемов разлитой нефти, свойств фракций нефти и метеорологических условий.

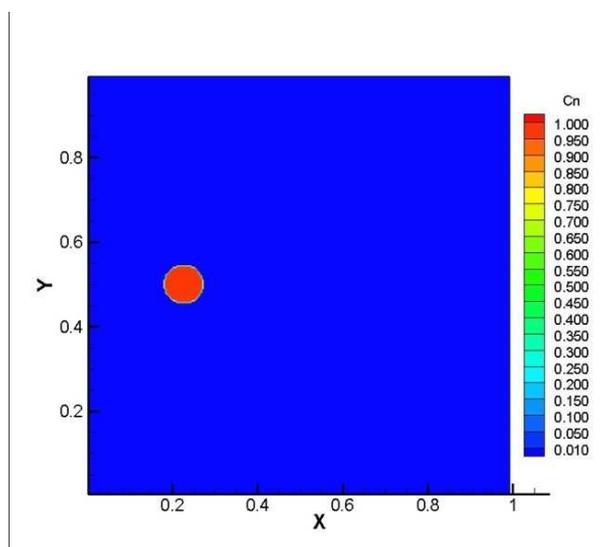


Рис. 1. Нефтяное пятно в начальный момент времени

На рисунках 1-4 показана динамика распространения и испарения нефтяного пятна. На рисунках 2,3 показано покомпонентное изменение концентрации нефти в результате испарения. Видно, что сначала испаряются компоненты легкой фракции. Данный результат также очень важен, для экологов, стремящихся оценить ущерб не только для водной среды, но и для атмосферы, поскольку, на основе произведенных вычислений, можно определить

испаряющиеся компоненты нефти и дать объективную оценку загрязнения окружающей среды вблизи разлива нефти.

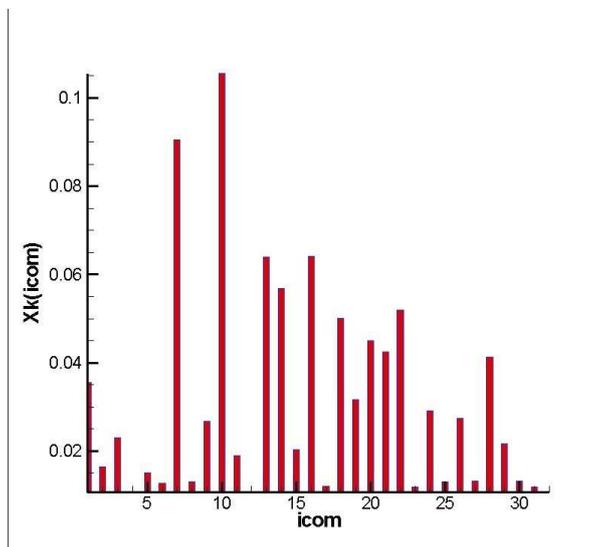


Рис. 2. Покомпонентное распределение концентрации нефти в начальный момент времени

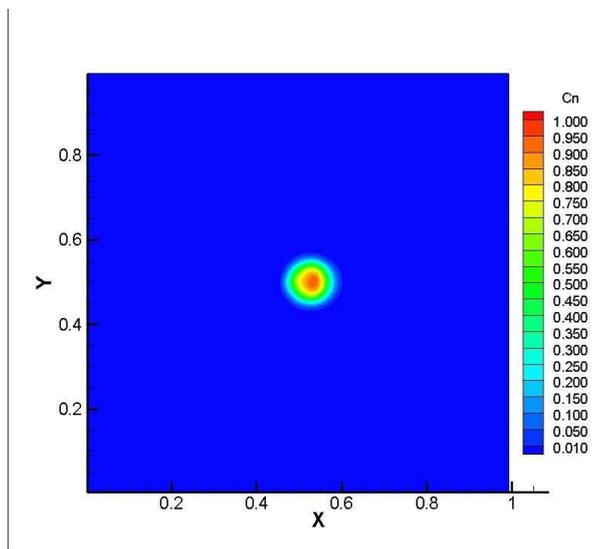


Рис. 3. Нефтяное пятно через 3 часа после разлива

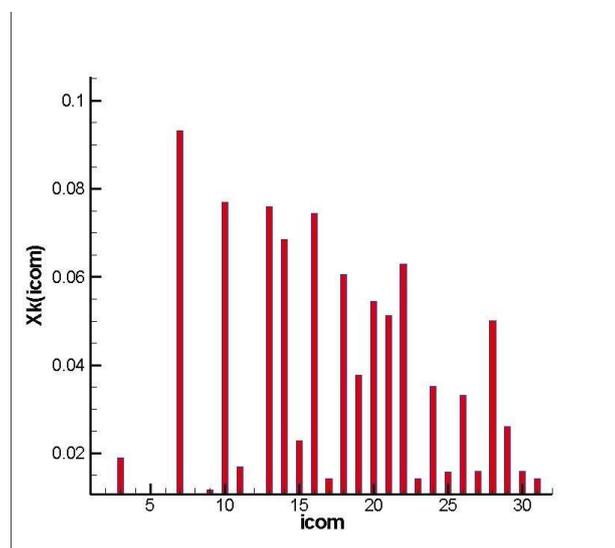


Рис. 4. Покомпонентное распределение концентрации нефти через 3 часа после разлива, скорость ветра 1 м/с

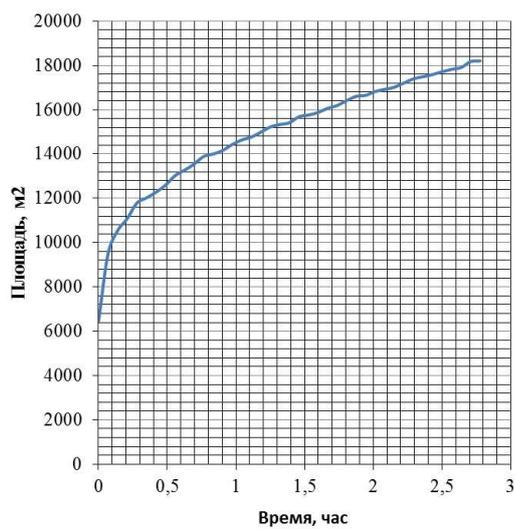


Рис. 5. Изменение площади нефтяного пятна, скорость ветра 1 м/с

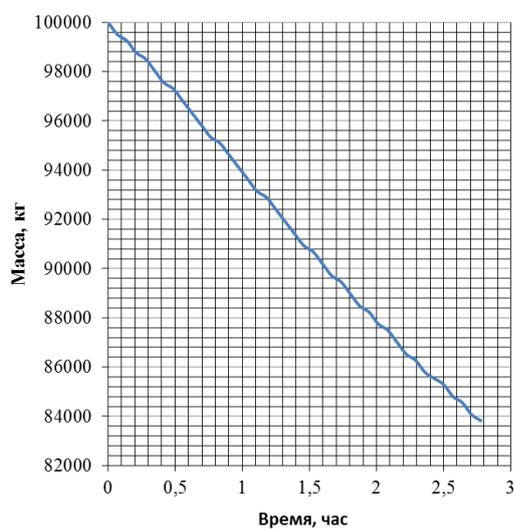


Рис. 6. Изменение массы нефти в результате испарения, скорость ветра 1 м/с

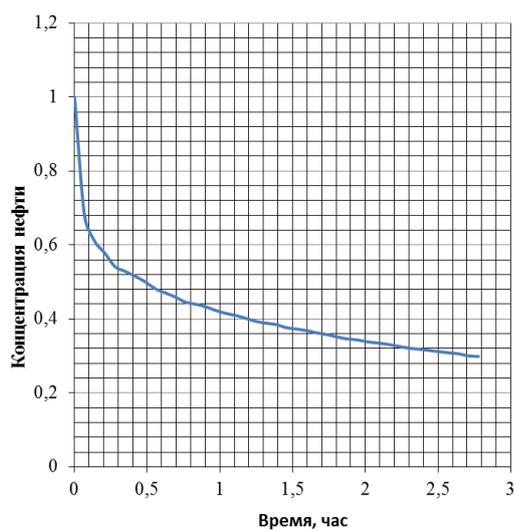


Рис. 7. Изменение концентрации нефти в результате испарения, скорость ветра 1 м/с

Таблица 1. Физико-Химические свойства Кашаганской нефти

N	Название	Брутто формула	Молярная масса г/моль	Плотность г/мл. (20 С)	T плавления, С
1	1,3-диметилбензол	C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	106.165001	0.864	-47.872
2	1-этил-2-метилбензол	C <sub>9</sub> H <sub>12</sub>	120.191597	0.884	-17
3	1,2,3-триметилбензол	C <sub>9</sub> H <sub>12</sub>	120.191597	0.894	-25.375
4	2-этил-1,1-диметилциклопентан	C <sub>9</sub> H <sub>18</sub>	126.2392	0.766	-43.94
5	2-метилоктан	C <sub>9</sub> H <sub>20</sub>	128.255096	0.723	-80.1
6	3-метилоктан	C <sub>9</sub> H <sub>20</sub>	128.255096	0.720	-107.6
7	нонан	C <sub>9</sub> H <sub>20</sub>	128.255096	0.717	-53.519
8	1,1,2,3-тетраметилциклогексан	C <sub>10</sub> H <sub>20</sub>	140.265793	0.759	-36.93
9	2,6-диметилоктан	C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	142.281693	0.732	-66.87
10	декан	C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	142.281693	0.730	-29.673
11	4-метилдекан	C <sub>11</sub> H <sub>24</sub>	156.308304	0.743	-43.52
12	3-метилдекан	C <sub>11</sub> H <sub>24</sub>	156.308304	0.743	-43.52
13	ундекан	C <sub>11</sub> H <sub>24</sub>	156.308304	0.740	-25.5
14	додекан	C <sub>12</sub> H <sub>26</sub>	170.334793	0.748	-9.57
15	2,6-диметилундекан	C <sub>13</sub> H <sub>28</sub>	184.361404	0.756	-31.4
16	тридекан	C <sub>13</sub> H <sub>28</sub>	184.361404	0.756	-5.4
17	7-метилтридекан	C <sub>14</sub> H <sub>30</sub>	198.388	0.763	-9.33
18	тетрадекан	C <sub>14</sub> H <sub>30</sub>	198.388	0.765	5.863
19	2,6,10-триметилдодекан	C <sub>15</sub> H <sub>32</sub>	212.414597	0.766	-19.8
20	пентадекан	C <sub>15</sub> H <sub>32</sub>	212.414597	0.768	9.95
21	гексадекан	C <sub>16</sub> H <sub>34</sub>	226.441193	0.773	18.1
22	гептадекан	C <sub>17</sub> H <sub>36</sub>	240.467697	0.778	22
23	2,6,10-триметилпентадекан	C <sub>18</sub> H <sub>38</sub>	254.494293	0.779	12.1
24	октадекан	C <sub>18</sub> H <sub>38</sub>	254.494293	0.776	28.2
25	2,6,10,14-тетраметилпентадекан	C <sub>19</sub> H <sub>40</sub>	268.520905	0.8	12.1
26	нонадекан	C <sub>19</sub> H <sub>40</sub>	268.520905	0.7855	31.8
27	2,6,10,14-тетраметилгексадекан	C <sub>20</sub> H <sub>42</sub>	282.547485	0.784	22.1
28	генийкозан	C <sub>21</sub> H <sub>44</sub> CH <sub>3</sub>	296.574097	0.79174	0.535
29	тетракозан	C <sub>24</sub> H <sub>50</sub> CH <sub>3</sub>	338.653809	0.79915	0.439
30	пентакозан	C <sub>25</sub> H <sub>52</sub> CH <sub>3</sub>	352.680389	0.80125	3.739

Данные рисунки хорошо иллюстрируют испарение нефти с поверхности моря. Здесь четко видно, что происходит изменение концентрации легкой фракции нефти, тем самым увеличивается доля тяжелой фракции, а с увеличением концентрации высоковязких компонентов процесс испарения замедляется. Нельзя не отметить, преимущество разработанной математической модели и алгоритма ее реализации, потому что в каждый момент времени, на основе произведенных расчетов, можно дать информацию о составе нефти по каждому ее компоненту, а также пронаблюдать процесс увеличения вязкости нефти.

Как показывают расчеты, распространение нефтяного пятна на поверхности сильно зависит от силы, направления ветра и скорости движения танкера. Результаты моделирования также показали, что поступление вод прибрежных рек не оказывает влияния на распространение и миграцию нефтяного пятна на море. Аналогично показанному выше результату, ниже, на рисунках 5-7 показано изменение площади, массы и концентрации разлитой нефти, при скорости ветра 1 м/с.

## 5 Заключение

На основе уравнений гидродинамики моря была построена математическая модель переноса нефтяного пятна на поверхности моря, состоящая из уравнений движения, неразрывности и переноса нефтяного пятна. В рассматриваемых задачах нефтяная пленка, которая считается нерастворимой в самой жидкости, т.е. вещество находится только у поверхности и не проникает в глубь жидкости. При этом нефтяная пленка считается несжимаемой. Для решения уравнения движения применяется метод расщепления по физическим параметрам. На первом этапе находятся компоненты скорости методом дробных шагов, а уравнение колебания свободной поверхности и уравнение для переноса нефтяного пятна решается матричной прогонкой. Был проведен численный эксперимент переноса пленки нефти на поверхности движущейся жидкости. Корректно сформулированы и поставлены начальные и граничные условия задачи для модели процесса переноса нефтяного пятна с учетом режимных параметров основного потока и метеорологических условий.

Преимущество разработанной математической модели и алгоритма ее реализации в том что, на основе произведенных расчетов, можно дать информацию о составе нефти по каждому ее компоненту, а также пронаблюдать процесс увеличения вязкости нефти. С той целью, чтобы показать универсальность разработанной модели для указанного процесса, произведен комплексный расчет для различных скоростей и направлений ветра. Это позволяет исследователям, занимающимся оценкой экологического ущерба, определив нужное направление и скорость ветра, получить самый объективный результат процесса распространения на поверхности водной среды.

## Список литературы

1. Самойлов Н.А., Консейсао А.А. Математическое моделирование испаряемости нефти и нефтепродуктов при их аварийных разливах // Известия Самарского научного центра РАН, Самара, 2010, –№1 (9). –С. 2251–2254.
2. Джексонов М.К. Меры, принимаемые республикой Казахстан по охране окружающей среды Каспийского моря // Вестник КазНТУ, – Алматы, 2010, –№ 1(77), – С. 12–15.
3. Кузьмина Е.М. Политико-экологические проблемы освоения шельфа Каспия. // Сб. трудов Межд. научно-практ. конф. «Эколого-экономические проблемы освоения Каспийского шельфа», 2006, – С. 19–25.
4. Саркисян А.С. Численный анализ и прогноз морских течений. –Л.: Гидрометеиздат, 1977. –181 с.
5. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. –М.: Наука, 1982. –320 с.

6. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. –Новосибирск: Наука, 1967. –196 с.
7. Ferziger J.H., Peric M., Computational Fluid Dynamics, 3rd Edition. Springer, 2001.
8. Stone H.L., Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations. SIAM J. Numer. Anal., 5, 1968, p 530–558.