Модель гидравлического разрыва пласта на основе механики и фильтрации в гетерогенной среде

В.И. Пеньковский[1], Н.К. Корсакова[1] и Д.Ж. Ахмед-Заки[2]

[1] Институт Гидродинамики им. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия
[2] Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
penkov@hydro.nsc.ru,kors@hydro.nsc.ru,darhan_a@mail.ru

Аннотация. Предложена новая математическая модель гидравлического разрыва пласта, основанная на понятии гетерогенной, трещиновато - пористой среды. При этом используются предположения, применяемые в теории упругого режима фильтрации. Закачка флюида в пласт сопровождается растяжением скелета породы под воздействием объемных напряжений. Если эти напряжения достигают некоторых критических значений, скелет пласта подвергается упруго-пластическому разрушению с образованием трещин, раскрытие которых на порядки больше среднего радиуса пор. Модель построена на основе уравнений упругого режима фильтрации в гетерогенной пористой среде.
Получены формулы, позволяющие определить величину зоны гидравлического разрыва и степень раскрытия трещин. Проведены расчеты и построены графики зависимости глубины зоны растрескивания и раскрытия трещин для различных значений контура питания скважины.
На насыпной модели пласта проведены эксперименты по влиянию гидравлического разрыва вблизи скважины на ее расход. Эксперименты показали увеличение на порядок притока флюида к скважине.

Ключевые слова: гидравлический разрыв, трещиновато-пористая среда, объемные напряжения, совместность деформаций, фильтрация в гетерогенной среде.

1 Введение

Построение математической модели, которая была бы адекватной реальному процессу гидравлического разрыва пласта (ГРП), представляет собой довольно сложную проблему. Отчасти эту сложность можно объяснить отсутствием в научной литературе достоверных экспериментальных исследований, результаты которых могли бы составить основу для построения математической модели. Эксперименты с механическим разрывом однородных, не пористых и не насыщенных флюидом пластин (см., например, [1]) не отражают в достаточной степени процесс гидравлического разрыва реального пласта.

С другой стороны, имеющиеся полевые данные весьма скудны и относятся, главным образом, к фиксации последствий, а не к установлению основных факторов, влияющих на ГРП. Практическое применение ГРП указывает на его эффективность в части увеличения, по крайней мере, на первоначальном этапе, притока углеводородов к скважинам, подвергавшимся воздействию гидравлического разрыва.

По-видимому, первыми попытками построения математической модели гидравлического разрыва пласта были работы [2,3]. Ю.П. Желтов создал методику инженерного расчета ГРП. В качестве исходных данных принимались характеристики скважины, пласта и жидкости разрыва (вода с песком), темп закачки. Определялась длина, раскрытие и проницаемость одиночной трещины ГРП, устьевое давление на скважине, продолжительность процесса разрыва.

В подходе Перкинса-Керна [3] задача о гидравлическом разрыве пласта одиночной трещиной сводится к решению нелинейного интегро - дифференциального уравнения, которое позволяет определить длину и раскрытие трещины. Обзор других математических моделей дан в работе [4]. Отметим здесь работы [5-8], в которых в той или иной модификации развивались идеи исследований процесса скважинного гидравлического разрыва пласта при наличии одной трещины. Предсказать ориентацию такой трещины в пласте практически невозможно. Случаи с образованием системы из нескольких трещин не рассматривались.

Ниже предлагается математическая модель ГРП, основанная на иных представлениях, а именно, предполагается, что при гидравлическом разрыве пласта вокруг скважины образуется гетерогенная трещиновато-пористая среда с некоторой плотностью распределения числа трещин. Появление трещин возникает в случае, когда объемные напряжения, растягивающее скелет породы, достигают предельного значения.

2 Упругий режим фильтрации в гетерогенной пористой среде.

Выражение для свободной упругой энергии при всестороннем растяжении (сжатии) упругого материала имеет вид

$$F = \mu(u_{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik}u_{ii})^2 + \frac{K}{2}u_{ii}^2,$$

где $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ - модуль объемного растяжения, u_{ik} - относительные деформации, λ, μ - коэффициенты Лямэ, напряжения $\sigma_{ik} = -p\delta_{ik}$, p - давление, σ_{ik} - символ Кронекера. В соответствии с законом Гука $\sigma_{ik} = Ku_{ii}\sigma_{ik}$, и соотношением для первого инварианта тензора деформаций
$u_{11} + u_{22} + u_{33} = \Delta V/V = \Delta p/K$ можно записать дифференциальное уравнение для изменения объема при указанной выше деформации среды

$$\beta = \frac{1}{K} = \frac{1}{V}\frac{dV}{dp},$$

где V - выделенный объем среды, $\beta = \frac{3(1-2\nu)}{E}$ - коэффициент сжимаемости (упругоемкости) среды, E, v - модуль Юнга и коэффициент Пуассона соответственно. Интегрируя выписанное уравнение с учетом условий равновесия скелета пористой среды с флюидом, заполняющим поровое пространство, получим

$$V = V_0 exp(\beta(p - p_0)).$$

Здесь индекс 0 обозначает величины в состоянии равновесия. Применительно к объему порового пространства в единице физического объема (пористости m) эта формула приобретает вид

$$m(p) = m_0 exp(\beta_s(p - p_0)). \tag{1}$$

Пористость невозмущенной части пласта $m_0 \approx 0.2$ общий коэффициент упругости $\beta = m\beta_f + \beta_s \approx 1,6 * 10^{-4}(\text{МПа})^{-1}$ включает упругость флюида $\beta_f \approx 10^{-3}(\text{МПа})^{-1}$ для нефти и $\approx 3 * 10^{-4}(\text{МПа})^{-1}$ для воды, и упругости скелета породы $\beta_s \approx 10^{-4}(\text{МПа})^{-1}$ (1атм=0,1 МПа) [9,11]. Из формулы (1) следует, что при репрессии (бурении скважины, производстве ГРП – гидравлического разрыва пласта) $p > p_0$ и пористость пласта возрастает $m(p) > m_0$, при депрессии (вызове притока) $p < p_0$ и пористость убывает $m(p) < m_0$. Режимы репрессии и депрессии могут характеризоваться своими значениями коэффициентов β_+ и β_- упругости, вычисляемыми по модулям Юнга и коэффициентам Пуассона для циклов растяжения и сжатия соответственно.

Изменение пористости влияет на величину проницаемости пласта. Из известной формулы Козени-Кармана следует, что зависимость проницаемости пористого материала от его пористости с точностью величин более высокого порядка может быть выражена в виде $k(m) \approx A_c m^3$, где коэффициент A_c обратно пропорционален квадрату удельной поверхности порового пространства, извилистости поровых каналов и зависит от среднего размера частиц, слагающих скелет среды. В равновесном состоянии $k_0 = k(m_0) = A_c m_0^3$. Проницаемость пласта будет возрастать при увеличении давления (репрессии) или убывать при снижении давления (депрессии) в соответствии с формулой Козени по закону

$$k_{\pm} = k_0 exp(3\beta_{\pm}(p - p_0)), \tag{2}$$

где β_+ - коэффициент упругого растяжения скелета, β_- - коэффициент сжатия. Комбинация уравнения движения флюида в поровом пространстве среды в виде закона Дарси с законом сохранения массы приводит к уравнению пьезопроводности, описывающему упругий режим фильтрации. Режимам репрессии и депрессии соответствует свой коэффициент пьезопроводности. Задача о смене режимов фильтрации, когда коэффициент пьезопроводности изменяется со сменой знака производной от давления по времени, была рассмотрена в работе [10]. Здесь же было отмечено, что «при упруго-пластическом режиме фильтрации деформация породы в каждом элементарном объеме происходит почти мгновенно, то есть, текучести породы не наблюдается».

Физико-химические процессы, протекающие в гетерогенных средах, зависят от характера распределения размеров пор в континуумах. Обычно моды распределений размеров пор во вложенных средах, по крайней мере, на порядок отличаются друг от друга. Поэтому пористость сред, как момент второго порядка от функции распределения размеров пор, и проницаемость, как момент четвертого порядка, существенно отличаются в каждой из вложенных сред.

Количество параметров, характеризующих гетерогенную среду, больше набора параметров, определяющих однородную сплошную среду. Важнейшим является параметр, ответственный за обмен теплом, масой флюида или растворенного в нем веществом между континуумами. Интенсивность обмена зависит от соотношения характерных геометрических параметров вложенных сред: размера блоков и раскрытия трещин, например, в случае трещиновато-пористой среды, а также от характера процесса и свойств подвижного флюида.

Рассмотрим процесс движения однородной жидкости, который происходит в обоих континуумах 1, 2 [12] и подчиняется закону Дарси:

$$\nu_i = -\frac{k_i}{\mu} gradp_i \quad (i = 1, 2) \tag{3}$$

где v_i, p_i, k_i, μ - скорость, давление, проницаемость сред и вязкость флюида, и закону сохранения массы

$$\frac{\partial(m_i \rho)}{\partial t} + div(\rho v_i) + q_i = 0 \tag{4}$$

В этом уравнении m_i, ρ, t, q_i - пористость, плотность жидкости, время и плотность источников или стоков, действующих в каждой из сред. Если в среде 1 или 2 нет иных внешних источников или стоков, то должно быть выполнено условие обмена объемом перетекающей жидкости

$$q_2 = -q_1 = q.$$

Заметим, что система уравнений (3)-(4) применима и для описания процессов теплопередачи и конвективной диффузии растворенного вещества.

Модель процесса теплопроводности в гетерогенной среде была впервые предложена Л.И.Рубинштейном [12]. Подобная модель была рассмотрена в работе [13] при построении уравнений движения однородной жидкости в среде с двойной пористостью (один из вариантов гетерогенной среды). Основанная на законах (2.1) и (2.2), система уравнений имеет вид:

$$\frac{k_i}{\mu}\Delta p_i = \beta_i \frac{\partial p_i}{\partial t} + q_i \quad (i = 1, 2) \tag{5}$$

Здесь $\beta_i = dm_i/dp_i$ - коэффициенты сжимаемости порового пространства вложенных сред. Если в порах содержится сжимаемая жидкость, то в коэффициенты добавляется дополнительное слагаемое, а уравнения (5) становятся нелинейными.

Уравнения системы (5) связаны друг с другом перетоками $q_1 = -q_2 = -q$. Они определяются [12,13], на основе анализа размерностей по формуле

$$q = \frac{\alpha}{\mu}(p_1 - p_2),$$

где α - параметр, характеризующий внутренний обмен в гетерогенной среде. Аналогичная формула обмена применялась в работе[14] при описании процесса несмешивающейся фильтрации, сопровождающейся процессами диффузии, переноса солей и тепла. Систему (5) запишем в развернутом виде

$$\frac{k_1}{\mu}\Delta p_1 = \beta_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{\alpha}{\mu}(p_1 - p_2), \frac{k_2}{\mu}\Delta p_2 = \beta_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} - \frac{\alpha}{\mu}(p_1 - p_2) \tag{6}$$

Если проницаемости вложенных сред 1 и 2 по величине существенно отличаются друг от друга, например, в случае фильтрации в трещиновато-пористой среде, то систему (6) можно упростить [13].

Пусть среда 1 представляет собой разреженную систему относительно крупных трещин, а среда 2 - мелкопористые блоки. Объем трещин меньше объема блоков, а их проницаемость больше проницаемости блоков, то есть, $k_2 \ll k_1$ и $\beta_1 \ll \beta_2$ Сравнивая перетоки, в системе (6) устанавливаем, что первым слагаемым справа в первом уравнении системы и слагаемым слева во втором уравнении в сравнении с другими аналогичными членами можно пренебречь. В результате из первого уравнения системы (6) можно выразить давление в среде 2 в виде (индекс 1 опущен)

$$p_2 = p - \eta\Delta p, \tag{7}$$

а для давления p в среде 1 получаем уравнение

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} - \eta \frac{\partial}{\partial \tau}(\Delta p) = \Delta p \tag{8}$$

В уравнениях (7) и (8) приняты обозначения $\tau = tk_1/(\mu\beta_2), \eta = k_1/\alpha$

Таким образом, система (6) распадается на два уравнения (7) и (8), которые можно решать последовательно.

Если параметр обмена устремить к нулю, то система вырождается в одно уравнение, описывающее упругий режим фильтрации жидкости в однородной гомогенной среде.

В работе [13] было отмечено, что введение в закон Дарси (3) дополнительного члена релаксации в виде

$$v = -\frac{k}{\mu}\nabla p - \eta\beta \frac{\partial}{\partial t}\nabla p$$

в комбинации с законом сохранения массы тоже приводит к уравнению (8).

2.1 Упруго-фильтрационная модель ГРП (гидравлического разрыва пласта).

Гидравлический разрыв пласта, как отмечено выше, происходит в случае, когда величина репрессии $p-p_0$ достигает критическое значения p_*-p_0 при котором растяжение скелета и увеличение пористости, определяемое формулой (1), приводят к разрушению скелета с образованием трещин внутри пласта. Если создать давление во флюиде, находящемся внутри скважины, $p_w > p_*$, то в кольцевой области $r_* \geq r \geq r_w$ может образоваться система трещин, и прежде однородная среда превратится в гетерогенную. В процессе осуществления ГРП внешняя граница области $r = r_*(t)$ растрескивания может расширяться с течением времени t. На этой границе давление жидкости $p(r_*) = p_*$ можно считать постоянным. Таким образом, в процессе гидравлического разрыва образуются три континуума, в которых движется жидкость: вложенные друг в друга континуум 1 - система трещин и континуум 2 - система «блоков», состоящих из несколько измененной породы, а также континуум 3 - часть не подвергшегося растрескиванию пласта (Рис. 1).

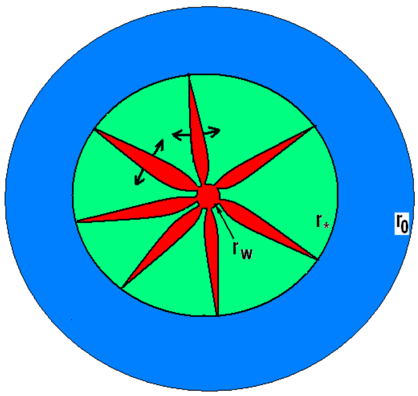

Рис. 1. Схема перераспределения давления при возникновении трещин.

Даже при значительной репрессии на пласт, порядка нескольких десятков МПа, величина показателя при экспоненте в формулах для пористости и проницаемости $\beta_+(p-p_0)$ будет малой в сравнении с единицей, и поэтому можно в разложениях экспонент ограничиться двумя членами. При этом изменения пористости m_2, m_3 в областях 2 и 3 будут малыми в сравнении с начальным их значением m_0. Несколько большие изменения будут наблюдаться в величинах проницаемости k_2, k_3. Начальная проницаемость в равновесном состоянии пласта k_0 обычно составляет величину порядка 100 мД (миллидарси)$\approx 10^{-13} m^2$.

Пористость m_1 и проницаемость k_1 системы трещин (континуум 1) определяется величиной их раскрытия h и плотностью распределения трещин в пространстве. Известно, что средняя объемная скорость v_{11} движения вязкой жидкости в щелевом пространстве между двумя пластинами, расположенными друг от друга на расстоянии h, определяется формулой $v_{11} = -\frac{h^2}{12\mu}\frac{\partial p_1}{\partial x}$. Сравнивая эту формулу с законом Дарси, получим, что проницаемость k_{11} щели для потока жидкости оценивается величиной $k_{11} = h^2/12$. Для средних величин раскрытия трещин во время разрыва пласта проницаемость k_1 континуума 1 с конечным числом трещин будет на порядки больше проницаемости k_2 блоков (континуума 2 гетерогенной среды).Таким образом, применение модели гетерогенной трещиновато-пористой среды для описания процесса ГРП можно считать правомерным.

Аналогично выводу формулы (1) для пористости континуума 1 трещин в результате интегрирования уравнения, описывающего деформацию объема трещин, получим формулу

$$m_1(p) = A(e^{\beta(p-p_*)} - 1). \tag{9}$$

Она удовлетворяет условию появления трещин $m_1(p_*) = 0$. Коэффициент A представляет собой объемную долю щелей в единице объема физического пространства и подлежит дальнейшему определению. Он, очевидно, должен быть пропорционален величине раскрытия трещин и плотности распределения их числа N. В соответствии с условием совместности деформаций изменение пористости блоков в области $r \in (r_w, r_*)$ с начального значения $m_* = m_2(p_*) = m_3(p_*) = m_0 e^{\beta(p_*-p_0)}$ будет равна изменению пористости трещин с обратным знаком, то есть $dm_2 = -dm_1$ Образование трещин приводит к перераспределению нагрузки на скелет породы. Разница между давлением в трещинах и давлением в блоках уменьшается, благодаря чему величина пористости блоков будет сохранять значение m_*.

$$\begin{aligned} m_2 = m_* e^{\beta(p_2-p_*)} - m_1 = m_0 e^{\beta(p_*-p_0)} e^{\beta(p_2-p_*)} - m_1 = \\ m_0 e^{\beta(p_2-p_0)} - A(e^{\beta(p-p_*)} - 1) = m_*. \end{aligned} \tag{10}$$

Раскладывая в (9) экспоненту в ряд, ограничиваясь членами первого порядка малости, получим выражение $m_1 \approx A\beta(p-p_*)$. С другой стороны, по определению пористости, на любом расстоянии r от оси скважины $m_1 = 2Nh/2\pi r$. Из полученных соотношений находим объемную долю щелей

$$A = F/(\pi r \beta(p-p_*)). \tag{11}$$

Здесь величина $F = Nh$ обозначает степень растрескивания породы. Производя разложения в (10), с точностью до малых членов второго порядка для степени растрескивания получим формулу

$$F = \pi r \beta(p-p_*) m_0 \beta(p_2 - p_*) \tag{12}$$

На скважине давление в трещинах и блоках равно $p = p_2$. Из формулы (12) для растрескивания пласта F_w вблизи скважины получим выражение

$$F_w = \pi r_w \beta(p_w - p_*) m_0 \beta(p_w - p_*) \tag{13}$$

где p_w - давление на скважине. Предполагая число трещин неизменным, из формул (12), (13) найдем расчетную формулу для отношения величины раскрытия трещин

$$\frac{F}{F_w} = \frac{h}{h_w} = \frac{r}{r_w} \frac{(p-p_*)(p_2-p_*)}{(p_w-p_*)^2} \tag{14}$$

2.2 Постановка и решение задачи о ГРП.

Из приведенных выше величин, управляющих гидравлическим разрывом пласта, следует, что с достаточной для инженерной практики точностью во внешней области $r > r_*$ можно положить $m_3 \approx m_0$ и $k_3 \approx k_0$. В области гидравлического разрыва $r \in (r_w, r_*) m_2 = m_0 - m_1, m_1 = Nh/(\pi r)$. Из неразрывности потоков флюида следует балансовое соотношение для общего радиального потока v_0 флюида через произвольную окружность в гетерогенной среде

$$v_0 = \lambda v_1 + (1-\lambda) v_2; \lambda = m_1/(m_1 + m_2) \approx m_1/m_0 \tag{15}$$

Выпишем основные уравнения фильтрации в гетерогенной среде. Восстанавливая нижние индексы для обозначения искомых величин в уравнениях (12), (13), получим для области $r \in (r_w, r_*)$

$$\frac{\partial p_1}{\partial \tau} - \eta \frac{\partial}{\partial \tau}(\Delta p_1) = \Delta p_1, p_2 = p_1 - \eta \Delta p_1, \tag{16}$$

где $\tau = th^2/(12\mu\beta_2), \eta = h^2/(12\alpha)$, α - параметр обмена флюидом между континуумами гетерогенной среды, β_2 - коэффициент общей (скелет плюс флюид) объемной упругости блоков континуума 2. Во внешней области $r > r_*(t)$ давление p_3 удовлетворяет обычному уравнению пьезопроводности

$$\frac{\partial p_3}{\partial t} = \kappa \Delta p_3, \tag{17}$$

где коэффициент $\kappa = k_0/(\mu\beta_3)$. Решение уравнений (16) и (17) должно удовлетворять краевым условиям

$$p_1(r_w) = p_2(r_w) = p_w; p_2(r_*) = p_3(r_*) = p_*; r \to \infty, p_3 \to p_0, \tag{18}$$

начальным условиям

$$t = 0, p_3 = p_0, r_* = r_w \tag{19}$$

и условию неразрывности фильтрационного потока на границе пласт-гетерогенная среда

$$r = r_*(t); v_3 = v_0. \tag{20}$$

Рассмотрим стационарное движение в системе континуумов при наличии в пласте некоторого контура питания $r = r_0$. Последнее из граничных условий (18) заменим условием $p_3(r_0) = p_0$. В этом случае $p_1 = p_2 = p$ и $\Delta p_1 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rk_1(h)\frac{\partial p_1}{\partial r}) = \Delta p_2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rk_0\frac{\partial p_2}{\partial r}) = 0$ Отсюда получаем

$$rv_1 = C_1 = \frac{(p_* - p_w)k_1(h)}{\ln(r_*/r_w)}; rv_2 = C_2 = \frac{(p_* - p_w)k_0}{\ln(r_*/r_w)},$$

Из (15) и условия непрерывности потока при $r = r_*$ следует соотношение

$$\frac{k_0(p_* - p_0)}{\ln(r_0/r_*)} = \frac{p_w - p_*}{\ln(r_*/r_w)}(\lambda k_1(h) + (1-\lambda)k_0). \tag{21}$$

В частности, на границе зоны растрескивания $\lambda = 0$ и для определения глубины зоны $r = r_*$(длины трещин) из выражения (21) после преобразований получим удобную для инженерных приложений формулу

$$r_* = r_0^{\frac{p_w - p_*}{p_w - p_0}} r_w^{\frac{p_* - p_0}{p_w - p_0}}.$$

Если ввести обозначение $\gamma = (p_w - p_*)/(p_w - p_0)$, то предыдущая формула приобретет простой вид

$$r_* = r_w (r_0/r_w)^{\gamma} \tag{22}$$

Примем p_w=50МПа, p_*=35МПа, p_0=25МПа, r_0=300 м, r_w=0,125 м. Подставляя эти значения в (22), найдем r_*=13,32 м.

Распределение давления в зоне растрескивания, удовлетворяющее условиям $p(r_w) = p_w; p(r_*) = p_*$, имеет вид

$$p = p_w - \frac{p_w - p_*}{\ln(r_*/r_w)} \ln(r/r_w).$$

Подставляя выражение для давления в формулу (14), после некоторых преобразований для величины раскрытия трещины получаем зависимость

$$h/h_w = r/r_w (1 - \ln(r/r_w)/\ln(r_*/r_w))^2 \tag{23}$$

Функция $h(r)$ не является монотонной и достигает локального максимума

$$h = h_m = h_w \frac{4r_*/r_w}{e^2 \ln^2(r_*/r_w)}$$

в точке $r = r_m = r_* e^{-2}$.

Поскольку проницаемость блоков значительно меньше проницаемости трещин, то равновесное состояние между давлением флюида в гетерогенной области пласта будет устанавливаться достаточно быстро. Графики функций $h(r)$ для различных значений контура представлены на Рис. 2. Исходные параметры приведены выше.

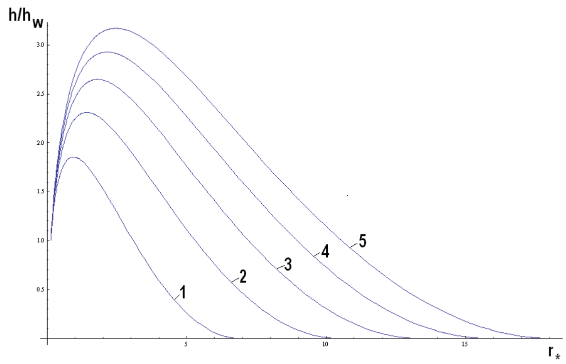

Рис. 2. Раскрытие трещин. Кривые 1-5 соответствуют значениям r_0 = 100-500 м.

Для инженерных расчетов можно воспользоваться известным методом последовательной смены стационарных состояний [16], считая величину r_0, где $p = p_0$, зависящей от времени и определяющей положение радиуса влияния скважины гидравлического разрыва в пласте с заданным общим коэффициентом упругости β.

Стационарное распределение давления в области $r_* < r < r_0$ имеет вид

$$p_3 = \frac{p_* - p_0}{\ln(r_*/r_0)} \ln \frac{r}{r_0} + p_0. \tag{24}$$

Функция (24) удовлетворяет граничному условию на внешнем контуре и условиям сопряжения фильтрационного потока (20). Умножим обе части уравнения (17) на множитель rdr и проинтегрируем его в пределах $r = r_*, r = r_0$. С учетом формулы дифференцирования интеграла с переменными пределами, условия равенства нулю фильтрационного потока на границе возмущения, а также зависимостей (22) и (23) после преобразований получим дифференциальное уравнение для определения радиуса влияния r_0

$$1 = \ln x \frac{dW(x)}{d\tau_1} \tag{25}$$

где приняты обозначения $x = r_0(\tau_1)/r_w, \tau_1 = 2\kappa(\lambda_* - 1)t/((1-\gamma)r_w^2)$, а функция $W(x)$ имеет вид

$$W(x) = [1 - \frac{0.5(\lambda_* - 1)}{(\gamma - 1)\ln x}]x^2(1 - x^{2(\gamma-1)}) + x^{2\gamma} - x^2.(\lambda_* = p_*/p_0)$$

Интегрируя (25) с учетом начального условия $x(1) = 0$, получим зависимость

$$\tau_1(x) = W(x)\ln x - \int_1^x \frac{W(x)}{x}dx. \tag{26}$$

Как показывают расчеты, для практических приложений в формуле (26) достаточно справа сохранить первое слагаемое.

3 Заключение

На основе уравнений упругого режима фильтрации в гетерогенной пористой среде построена модель гидравлического разрыва первоначально однородного пласта при закачке жидкости со значительной репрессией. Получены аналитические формулы, позволяющие определить основные характеристики прискважинной зоны в результате применения гидравлического разрыва паста с низкой проницаемостью. Проведенные на насыпной модели пласта эксперименты показывают эффективность ГРП на приток полезного продукта к скважине

Список литературы

1. Корнев В.М., Демешкин А.Г. Модель скачкообразного продвижения вершины трещины гидроразрыва при отсутствии фильтрации // ПМТФ. 2004. –Т. 45, №3. –С.164-179.
2. Желтов Ю.П., Христианович С.А. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // Изв. АН СССР. ОТН. 1955. №5. –С.3-41.
3. Kern L.R., Perkins T.K. Width of hydraulic fractures // J.Petrol. Technol. 1961. –V. 13. –P. 937-949.
4. Есипов Д.В., Каранаков П.В., Лапин В.Н., Черный С.Г. Математические модели гидроразрыва пласта // Вычислит. технологии. 2014. –Т. 19, №2. –С.33-61.
5. Баренблатт Г.И. О некоторых задачах теории упругости, возникающих при исследовании механизма гидравлического разрыва нефтеносного пласта // ПММ. 1956. –Т. 20. –С. 475-486.
6. Гарипов Т.Г. Моделирование процесса гидроразрыва пласта в упругой среде // Математич. моделир. 2006. –Т.18, №6. –С.53-59.
7. Каранаков П.В., Лапин В.Н., Черный С.Г. Модель гидроразрыва пласта, включающая механизм закупоривания трещин пропантом // Вестн. НГУ. Информ. технологии. 2014. –Т.12, вып. 1. –С. 19-33.
8. Shelukhin V.V., Baikov V.A., Golovin C.V., Davletbaev A.Y., Starovoitov V.N. Fractured water injection wells: Pressure transient analysis // Int. Journal of Solids and Structures. 2014. –V. 51, Issue 11-12. –P. 2116-2122.
9. Щелкачев В.Н. Разработка пластов при упругом режиме. М.: «Недра», 1975.
10. Баренблатт Г.И., Крылов А.П. Об упруго-пластическом режиме фильтрации // 1955. Изв. АН СССР. –ОТН. №2. –С.5-13.
11. Желтов Ю.П. Механика нефтегазоносного пласта. М.: «Недра», 1975, – 216 с.

12. Рубинштейн Л.И. К вопросу о распространении тепла в гетерогенных средах. // Изв. АН СССР. Сер. географ. 1948. –Т.12, №1. –С. 27-45.
13. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. 1960. –Т 25. –С. 852-864.
14. Данаев Н.Т., Корсакова Н.К., Пеньковский В.И. Многофазная фильтрация и электромагнитное зондирование скважин. –Алматы: «Эверо», 2014.
15. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.: «Наука», 1977.
16. Чарный И.А. Метод последовательной смены стационарных состояний и его приложения к задачам нестационарной фильтрации жидкостей и газов // Изв. АН СССР. ОТН. 1949. №3. –С. 323-342.