

УДК 629.78

Молдабеков М.М.* , Елубаев С.А.** , Алипбаев К.А.*** , Сухенко А.С.****

ДТОО «Институт космической техники и технологий», Республика Казахстан, г. Алматы

E-mail: *m.moldabekov@mid.gov.kz, **elubaev.s@istt.kz, ***alipbayev.k@istt.kz,
****suhenko.a@istt.kz

Настройка параметров системы управления движением и навигации спутника методом размещения полюсов

Система управления движением и навигации является одной из основных служебных подсистем спутника, которая обеспечивает его ориентирование в заданном направлении в процессе полета. Одним из важных элементов системы управления движением и навигации являются положенные в основу ее работы математические модели и алгоритмы, обеспечивающие требуемое качество процессов управления вращательным движением спутника. В данной статье рассматривается задача обеспечения качества переходных процессов системы управления движением и навигации спутника. Качество переходного процесса характеризуют такие параметры, как время переходного процесса и его колебательность. Требуемое качество переходного процесса достигается путем настройки параметров закона управления, которая может быть произведена с помощью различных методик. Настройка параметров закона управления в данной статье осуществляется с помощью метода размещения полюсов. При этом для задания расположения корней характеристического уравнения замкнутой системы управления в комплексной полуплоскости использованы распространенные на практике варианты распределения. По полученным результатам численного моделирования управляемого вращательного движения спутника с расчетными параметрами закона управления определено распределение корней характеристического уравнения, обеспечивающее требуемое качество переходных процессов.

Ключевые слова: спутник, качество переходных процессов, закон управления, метод размещения полюсов.

Moldabekov M., Yelubayev S., Alipbayev K., Sukhenko A.
**Defining the parameters of satellite attitude determination
and control system using pole placement method**

Attitude determination and control system is one of the main subsystems of the satellite which provides its orientation in a predetermined direction during the flight. Mathematical models and algorithms providing the required quality of control processes of satellite rotational motion that are used in attitude determination and control system are one of its important elements. This article discusses the problem of satellite attitude determination and control system transient processes quality providing. Quality of transient process is characterized by parameters such as transient process time and oscillation. The required quality of transitional process is reached by tuning of control laws parameters that can be performed with the help of different methods. In this article tuning of control law parameters is implemented with poles placement method. Wherein, to set the location of the roots of characteristic equation of closed-loop control system in the complex half-plane the common practice distributions were used. According to the results of numerical modeling of rotational motion of the satellite under control with calculated parameters of the law it was determined the distribution of roots of characteristic equation providing the required quality of transients processes.

Key words: satellite, quality of transient processes, control law, pole placement method.

Молдабеков М.М., Елубаев С.А., Алипбаев К.А., Сухенко А.С.
**Полюстерді орналастыру әдісі арқылы спутниктің навигациясы мен
 қозғалысын басқару жүйесі параметрлерін анықтау**

Навигация мен қозғалысты басқару жүйесі спутниктің ұшу процесі кезіндегі берілген бағыттағы бағдарлауын қамтамасыз ететін спутниктің негізгі қызметтік қосалқы жүйелерінің бірі болып табылады. Навигация мен қозғалысты басқару жүйесінің негізгі элементтерінің бірі спутниктің айналмалы қозғалысын басқару процестерінің қажетті сапасын қамтамасыз ететін, оның жұмысының негізі болып табылатын математикалық модельдер мен алгоритмдер болып табылады. Бұл мақалада спутниктің навигациясы мен қозғалысын басқару жүйесінің өтпелі процестер сапасын қамтамасыз ету мәселесі қарастырылады. өтпелі процесс сапасын сипаттайтын параметрлердің бірі өтпелі процесс уақыты мен оның тербелісі болып табылады. Әр түрлі әдістердің көмегімен жүргізілетін басқару заңдылығы параметрлерін баптау жолымен қажетті өтпелі процесс сапасын алуға болады. Осы мақалада басқару заңдылығы параметрлерін баптау полюстерді орналастыру әдісі арқылы жүзеге асырылады. Сонымен қатар, комплекстік жарты жазықтықта тұйық басқару жүйесінің сипаттаушы теңдеуінің түбірлерін орналастыруын беру үшін практикада кеңінен таралған үлестірім нұсқалары қолданылған. Басқару заңынан есептік параметрлері бар спутниктің басқарылатын айналмалы қозғалысының сандық модельдеуінен алынған нәтижелер бойынша өтпелі процестердің қажетті сапасын қамтамасыз ететін сипаттаушы теңдеу түбірлерінің үлестірілімі анықталды.

Түйін сөздер: спутник, өтпелі процестер сапасы, басқару заңдылығы, полюстерді орналастыру әдісі.

1 Введение

Система управления движением и навигации является одной из основных служебных подсистем спутника, которая обеспечивает его ориентирование в заданном направлении в процессе полета. Одним из важных элементов системы управления движением и навигации являются положенные в основу ее работы математические модели и алгоритмы, обеспечивающие требуемое качество процессов управления вращательным движением спутника. В данной статье рассматривается задача обеспечения качества переходных процессов системы управления движением и навигации спутника.

2 Математическая модель системы управления движением и навигации спутника

В рассматриваемой системе управления движением и навигации управление вращательным движением спутника производится с помощью трех маховиков, установленных вдоль главных осей инерции спутника. Динамику вращательного движения спутника опишем с помощью динамических уравнений Эйлера [1]:

$$J\dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times (J\vec{\omega} + J_M\vec{\omega}_M) = \vec{M}, \quad (1)$$

где J - диагональная (3x3) матрица тензора инерции спутника; $\vec{\omega}$ - вектор абсолютной угловой скорости спутника в проекциях на оси связанной системы координат C_{xyz} ; J_M - диагональная (3x3) - матрица тензора инерции маховиков; $\vec{\omega}_M$ - вектор угловых скоростей маховиков, установленных вдоль осей x, y, z соответственно; \vec{M} - вектор управляющего момента маховиков в проекциях на оси связанной системы координат.

Управляющий момент маховиков в (1) выражается с помощью формулы [1]:

$$\vec{M} = -J_M \dot{\vec{\omega}}_M \quad (2)$$

Для описания кинематики вращательного движения спутника используем кинематические уравнения в кватернионах [1]:

$$\dot{\vec{Q}} = 2\vec{Q}^* \otimes \vec{Q}, \quad (3)$$

где \vec{Q} - кватернион, характеризующий текущее угловое положение спутника относительно инерциальной системы координат; \vec{Q}^* - кватернион, обратный к \vec{Q} .

Для описания динамики маховиков используем уравнение вида [1]:

$$\dot{\vec{\omega}}_M + \frac{1}{T} \vec{\omega}_M = k \vec{U}, \quad (4)$$

где $\vec{U} = (U_1, U_2, U_3)^T$ - вектор напряжения питания электродвигателей маховиков.

Таким образом, система управления движением и навигации спутника описывается системой 10 дифференциальных уравнений вращательного движения спутника (1), (3) и динамики маховиков (4).

3 Определение параметров системы управления движением и навигации спутника методом размещения полюсов

Закон управления вращательным движением спутника зададим в виде линейной функции [1]:

$$\vec{M} = \vec{M}(\vec{\omega}, \vec{Q}, h, \alpha), \quad (5)$$

где h, α - неизвестные параметры, подлежащие определению.

От значений параметров закона управления зависит качество переходных процессов системы управления. Рассмотрим проблему настройки параметров закона управления с помощью метода размещения полюсов.

Метод размещения полюсов используется для линейных систем, которые описываются уравнением вида [2]:

$$\dot{\vec{x}} = A \vec{x} + B \vec{u}, \quad (6)$$

где $x \in R^{n_x}$ - вектор состояния системы, $\vec{u} \in R^{n_u}$ - вектор управления.

Закон управления в данном случае ищется в виде:

$$\vec{u} = -K \vec{x}, \quad (7)$$

где $K = K(h, \alpha)$ - матрица параметров закона управления.

Задача синтеза управления с помощью метода размещения полюсов заключается в задании желаемого положения корней характеристического уравнения замкнутой системы управления, обеспечивающего требуемые значения динамических характеристик замкнутой системы (время и колебательность переходного процесса), и нахождения матрицы K , обеспечивающей заданное размещение корней. Учитывая (7), характеристическое уравнение замкнутой системы записывается в виде:

$$|sE - A + BK| = s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0 = 0. \quad (8)$$

Желаемое расположение корней определяется решением полинома [2]:

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0. \quad (9)$$

Приравнявая коэффициенты в уравнениях (8) и (9) при одинаковых степенях s и решая полученную систему линейных уравнений относительно неизвестных компонент матрицы K можно определить искомое управление [2].

Для применения рассмотренной выше теории проведем линеаризацию уравнений вращательного движения спутника (1), (3) в окрестности положения равновесия спутника, т.е. когда $\vec{Q} = [1, 0, 0, 0]$, $\vec{\omega} = [0, 0, 0]$. Для этого мы представим угловую скорость и угловое положение спутника как:

$$\vec{Q} = [\hat{q}_0 + \delta q_0, \hat{q}_1 + \delta q_1, \hat{q}_2 + \delta q_2, \hat{q}_3 + \delta q_3], \quad (10)$$

$$\vec{\omega} = [\hat{\omega}_1 + \delta\omega_1, \hat{\omega}_2 + \delta\omega_2, \hat{\omega}_3 + \delta\omega_3], \quad (11)$$

где $\delta q_0, \delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, \delta\omega_1, \delta\omega_2, \delta\omega_3$ - переменные, характеризующие отклонения углового положения и угловой скорости спутника от положения равновесия.

Подставляя выражения (10), (11) в уравнения динамики спутника (1) и отбрасывая члены выше первого порядка, получим:

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= \frac{1}{J_1} [(J_2 - J_3)(\hat{\omega}_2\delta\omega_3 + \delta\omega_2\hat{\omega}_3) - J_{M3}\omega_{M3}\delta\omega_2 + J_{M2}\omega_{M2}\delta\omega_3 + \delta M_1], \\ \dot{w}_2 &= \frac{1}{J_2} [(J_3 - J_1)(\hat{\omega}_1\delta\omega_3 + \delta\omega_1\hat{\omega}_3) - J_{M1}\omega_{M1}\delta\omega_3 + J_{M3}\omega_{M3}\delta\omega_1 + \delta M_2], \\ \dot{w}_3 &= \frac{1}{J_3} [(J_1 - J_2)(\hat{\omega}_1\delta\omega_2 + \delta\omega_1\hat{\omega}_2) - J_{M2}\omega_{M2}\delta\omega_1 + J_{M1}\omega_{M1}\delta\omega_2 + \delta M_3]. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее, учитывая, что $\vec{Q} = [1, 0, 0, 0]$, $\vec{\omega} = [0, 0, 0]$, из (12) получим:

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= \frac{1}{J_1} [-J_{M3}\omega_{M3}\delta\omega_2 + J_{M2}\omega_{M2}\delta\omega_3 + \delta M_1], \\ \dot{w}_2 &= \frac{1}{J_2} [-J_{M1}\omega_{M1}\delta\omega_3 + J_{M3}\omega_{M3}\delta\omega_1 + \delta M_2], \\ \dot{w}_3 &= \frac{1}{J_3} [-J_{M2}\omega_{M2}\delta\omega_1 + J_{M1}\omega_{M1}\delta\omega_2 + \delta M_3]. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставим (10), (11) в кинематические уравнения (3) и отбрасывая члены выше первого порядка, получим:

$$\begin{aligned} \delta \dot{q}_0 &= \frac{1}{2}(-\hat{\omega}_1 \delta q_1 - \delta \omega_1 \hat{q}_1 - \hat{\omega}_2 \delta q_2 - \delta \omega_2 \hat{q}_2 - \hat{\omega}_3 \delta q_3 - \delta \omega_3 \hat{q}_3), \\ \delta \dot{q}_1 &= \frac{1}{2}(\hat{\omega}_1 \delta q_0 + \delta \omega_1 \hat{q}_0 + \hat{\omega}_3 \delta q_2 + \delta \omega_3 \hat{q}_2 - \hat{\omega}_2 \delta q_3 - \delta \omega_2 \hat{q}_3), \\ \delta \dot{q}_2 &= \frac{1}{2}(\hat{\omega}_2 \delta q_0 + \delta \omega_2 \hat{q}_0 + \hat{\omega}_1 \delta q_3 + \delta \omega_1 \hat{q}_3 - \hat{\omega}_3 \delta q_1 - \delta \omega_3 \hat{q}_1), \\ \delta \dot{q}_3 &= \frac{1}{2}(\hat{\omega}_3 \delta q_0 + \delta \omega_3 \hat{q}_0 + \hat{\omega}_2 \delta q_1 + \delta \omega_2 \hat{q}_1 - \hat{\omega}_1 \delta q_2 - \delta \omega_1 \hat{q}_2). \end{aligned} \tag{14}$$

Далее, учитывая, что $\vec{Q} = [1, 0, 0, 0]$, $\vec{\omega} = [0, 0, 0]$ из (14) получим:

$$\begin{aligned} \delta \dot{q}_0 &= 0, \\ \delta \dot{q}_1 &= \frac{1}{2} \delta \omega_1, \\ \delta \dot{q}_2 &= \frac{1}{2} \delta \omega_2, \\ \delta \dot{q}_3 &= \frac{1}{2} \delta \omega_3. \end{aligned} \tag{15}$$

В результате, приводя систему уравнений (13), (15) к виду (6), получим:

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{q}_1 \\ \delta \dot{q}_2 \\ \delta \dot{q}_3 \\ \delta \dot{\omega}_1 \\ \delta \dot{\omega}_2 \\ \delta \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{J_{M3}\omega_{M3}}{J_1} & \frac{J_{M2}\omega_{M2}}{J_1} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_{M3}\omega_{M3}}{J_2} & 0 & -\frac{J_{M1}\omega_{M1}}{J_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{J_{M2}\omega_{M2}}{J_3} & \frac{J_{M1}\omega_{M1}}{J_3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \\ \delta \omega_1 \\ \delta \omega_2 \\ \delta \omega_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta M_1 \\ \delta M_1 \\ \delta M_2 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

где

$$\begin{bmatrix} \delta M_1 \\ \delta M_2 \\ \delta M_3 \end{bmatrix} = -K \begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \\ \delta \omega_1 \\ \delta \omega_2 \\ \delta \omega_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & h_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 & h_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \\ \delta \omega_1 \\ \delta \omega_2 \\ \delta \omega_1 \end{bmatrix}, \tag{17}$$

Зададим желаемое расположение корней характеристического уравнения, используя некоторые распространенные на практике распределения: биномиальное распределение и распределение Баттерворта. Соответствующие данным распределениям полиномы приведены ниже [3]:

$$s^6 + 6ms^5 + 15m^2s^4 + 20m^3s^3 + 15m^4s^2 + 6m^5s + m^6 = 0, \quad (18)$$

$$s^6 + 3.86ms^5 + 7.46m^2s^4 + 9.13m^3s^3 + 7.46m^4s^2 + 3.86m^5s + m^6 = 0, \quad (19)$$

где $m = \frac{t_n}{t_r}$ - безразмерный масштаб перехода от нормированного времени переходного процесса t_n к реальному времени переходного процесса t_r .

Зададим моменты инерции спутника $J = [0.04088; 0.04088; 0.01116]kg/m^2$, моменты инерции маховиков $J_M = [0.00000011; 0.00000011; 0.00000011]kg/m^2$, сопротивление якорей электродвигателей маховиков $R = 38Ohms$, коэффициент ЭДС электродвигателей маховиков $k_e = 0.000708Vsec$, $m = 0.03$ (значение m выбрано на том основании, что при его значениях, не превышающих $m = 0.03$, напряжения питания электродвигателей маховиков не превышают своих максимально допустимых значений).

Далее находя характеристическое уравнение для системы (16) и приравнивая в полученном выражении и полиномах (18), (19) коэффициенты при одинаковых степенях s , определим для каждого из рассмотренных распределений искомые матрицы параметров управления. В частности, для биномиального распределения:

$$K = \begin{pmatrix} 0.0000735 & 0 & 0 & 0.002452 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0000735 & 0 & 0 & 0.002452 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00002008 & 0 & 0 & 0.0006659 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

для распределения Баттерворта:

$$K = \begin{pmatrix} 0.00005435 & 0 & 0 & 0.00174553 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00004386 & 0 & 0 & 0.0014111 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00001609 & 0 & 0 & 0.0004305 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

4 Результаты численного моделирования вращательного движения спутника

Для численного моделирования управляемого движения спутника с использованием матриц (20), (21) начальное угловое положение и угловая скорость спутника заданы как: $\varphi = 40^\circ, \theta = -50^\circ, \psi = 10^\circ, \omega_1 = 0, \omega_2 = 0, \omega_3 = 0$, требуемое угловое положение и угловая скорость спутника как $\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \psi = 0^\circ, \omega_1 = 0, \omega_2 = 0, \omega_3 = 0$.

Результаты численного моделирования приведены на рисунках 1-2.

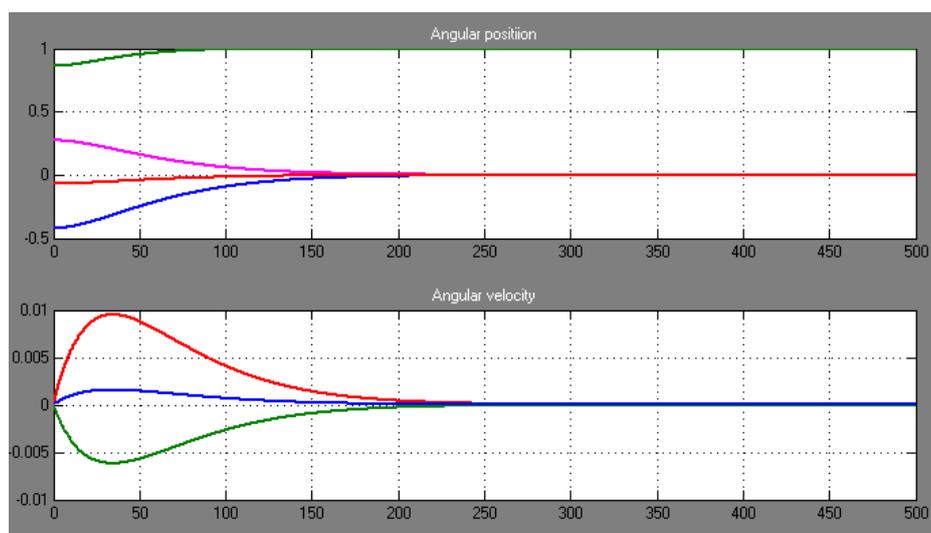


Рисунок 1 - Угловое положение и угловая скорость спутника, полученные в результате использования биномиального распределения

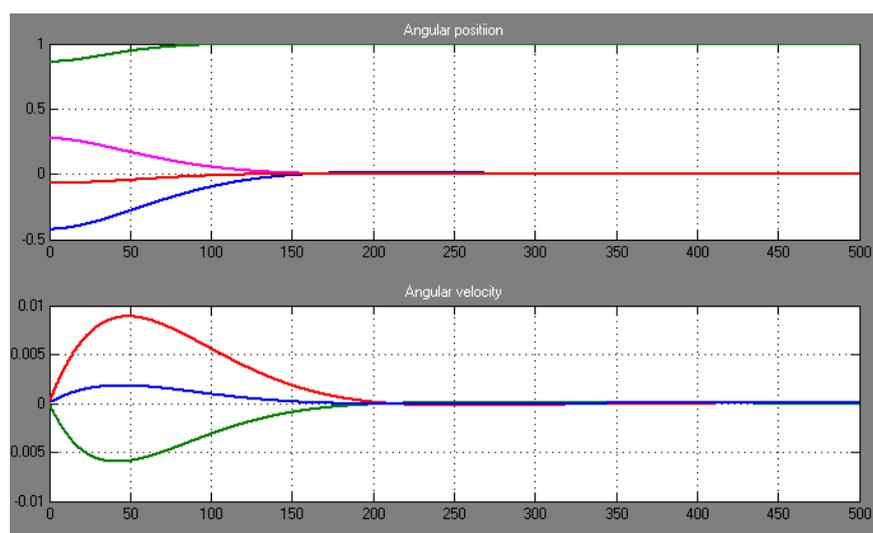


Рисунок 2 - Угловое положение и угловая скорость спутника, полученные в результате использования распределения Баттерворта

Как видно из рисунков, распределение Баттерворта является наиболее предпочтительным для определения неизвестных параметров закона управления, так как оно обеспечивает наименьшее время переходных процессов.

5 Заключение

В данной статье рассмотрена задача обеспечения качества переходных процессов системы управления движением и навигации спутника, которая решена путем применения метода размещения полюсов для определения неизвестных параметров закона управления вращательным движением спутника. При этом для задания расположения корней

характеристического уравнения замкнутой системы управления в комплексной плоскости использованы распространенные на практике распределения. По полученным результатам численного моделирования управляемого вращательного движения спутника с расчетными параметрами закона управления определено распределение корней характеристического уравнения, обеспечивающее требуемое качество переходных процессов.

Работа выполнена в рамках республиканской бюджетной программы 076 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности».

Литература

- [1] *Moldabekov M., Yelubayev S., Alipbayev K., Sukhenko A., Bopayev T., Mikhailenko D.* Stability Analysis of the Microsatellite Attitude Control System // Applied Mechanics and Materials. -2015. -Vol. 798. -P. 297-302.
- [2] *Филлипс Ч., Харбор Р.* Системы управления с обратной связью. -М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. -616 с.
- [3] Критерии качества систем управления [электрон.ресурс]. -2015. -URL: <http://drive.ispu.ru/elib/kolganov2/l6.html> (дата обращения 20.04.2016 г.)

References

- [1] *Moldabekov M., Yelubayev S., Alipbayev K., Sukhenko A., Bopayev T., Mikhailenko D.* Stability Analysis of the Microsatellite Attitude Control System // Applied Mechanics and Materials. -2015. -Vol. 798.-P. 297-302.
- [2] *Phillips C., Harbor P.* Sistemy upravleniya s obratnoi svyaziu. – M.: Laboratoria Bazovih Znaniy, 2001. -616 s.
- [3] Kriterii kachestva system upravleniya [electron.resurs]. -2015. -URL: <http://drive.ispu.ru/elib/kolganov2/l6.html> (data obrasheniya 20.04.2016.)