УДК 681.5

Ширяева О.И.[1*], Абжанова Л.К.[2**]

[1,2]Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, Республика Казахстан, г. Алматы
E-mail: *oshiryayeva@gmail.com, **laulasyn@mail.ru

Синтез управления нелинейной многосвязной системы на основе геометрического подхода

Данная статья посвящена синтезу управления для многосвязного нелинейного энергетического объекта на основе геометрического подхода. Для сложной системы управления энергетическим объектом применена процедура децентрализации. На основе методологии геометрического подхода для декомпозированной системы выведено условие наличия линейного эквивалента нелинейных систем. В основе условия лежит процедура доказательство образования нелинейной многосвязной системы векторных полей. Для этого исходная декомпозированная система представляется в канонической форме Бруновского. Синтез управления нелинейной многосвязной системы на основе геометрического подхода реализован с помощью получения линейных эквивалентов на условиях инволютивности, не равенстве нулю операторов алгебр Ли в точке равновесия и ее окрестности, линейной независимости векторов операторов алгебр Ли в точке равновесия и ее окрестности.
Ключевые слова: сложная система, многосвязная система, нелинейная система, геометрический подход, энергетическая система.

Shiryayeva O.I., Abzhanova L.K.
Synthesis of nonlinear multiply control system based on geometric approach summary

This article focuses on the synthesis of control for nonlinear multivariable energy facility on the basis of the geometric approach. For complex energy management systems the subject of decentralization procedure applied. Based on the methodology for the geometric approach decomposed system derived the condition of having a linear equivalent of nonlinear systems. The basis of the conditions of the procedure is proof of the formation of nonlinear multiply connected systems of vector fields. To do this, the original system appears to decompose in the canonical form Brunovsky. Synthesis based on geometric approach nonlinear control systems multiply realized by obtaining linear equivalents conditions involutiveness not vanishing operators Lie at the equilibrium point and its surroundings, are linearly independent operators Lie at the equilibrium point and its surroundings.
Key words: multiply input - multiply output control system, nonlinear system, geometric approach, energy system.

Ширяева О.И., Абжанова Л.К.
Геометриялық әдіс негізінде бейсызықты копбайланысты жүйені басқару принципі

Берілген мақала геометриялық әдіс негізінде көпбайланысты бейсызықты энергетикалық объектінің басқару синтезіне арналған. Энергетикалық объектінің күрделі басқару жүйесі үшін децентрализация процедурасы қолданылған. Декомпозициялы жүйе үшін геометриялық әдістің методологиясы негізінде бейсызықты жүйелердің сызықты эквивалентінің бар болу шарты қалыптастырылған.

Шарт негізінде копбайланысты бейсызықты жүйелердің векторлық өрістерді құра алу мүмкіндігін дәлелдеу процедурасы бар. Ол үшін бастапқы декомпозициялы жүйе Бруновскийдің канондық түрімен беріледі. Күрделі байланыстары бар бейсызықты жүйенің геометриялық әдіс негізіндегі басқару синтезі инволютивтілік шарттарына негізделген сызықты эквиваленттерді алу комегімен іске асырылған, яғни Ли алгебрасы операторының тепе-теңдік нүктесі мен оның айналасында операторларының нулге тең емес болуы, Ли алгебрасы операторының тепе-теңдік нүктесі мен оның айналасында сызықты тәуелсіздігі.
Түйін сөздер: күрделі жүйе, көпбайланысты жүйе, бейсызықты жүйе, геометриялық әдіс, энергетикалық жүйе.

1 Введение

Задача синтеза САУ, способной точно управлять технологическим объектом, приводит к необходимости описания их как нелинейных и многосвязных САУ. Работы, связанные с синтезом управления таких систем, где учитывается и многосвязность и нелинейность представляют большой интерес. В настоящее время имеют место работы, связанные с вопросами синтеза управления на основе геометрического подхода для нелинейных одномерных систем [1-5]. Проблема построения регуляторов для нелинейных систем, в отличие от линейных, все еще далека от решения. Тем не менее, идея использования хорошо разработанной теории построения линейных регуляторов для нелинейных систем на основе геометрического подхода является актуальной. В данной статье разрабатывается методология синтеза управление на основе геометрического подхода для нелинейного многосвязного объекта. Особенностью является то, что нелинейные системы рассматриваются как аффинные системы, и рассматриваются на основе группового подхода.

2 Развитие теории геометрического подхода нелинейной многосвязной системой

Пусть задана многомерная система S, декомпозированная на s подсистем S_i, $i = \overline{1, s}$, которая описывается следующим уравнением:

$$\dot{x}_i = A_{ij}x_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{s} A_{ij}x_j + bx_iu_i, i = \overline{1, s} \tag{1}$$

где $x_i \in R^{n\times 1}$ – вектор состояний объекта управления; $u_i \in R^n$ – управления, из заданного постоянного множества U; A_{ij}, $i = j = \{a_{ij} : i = \overline{1, n},\ j = \overline{1, n}\}$ – матрица состояний, размерности $(n \times n)$ $A_{ij}(i \neq j) = \{a_{ij} : i = \overline{1, n},\ j = \overline{1, n}\}$ – матрица взаимосвязей между подсистемами b – матрица управления, размерности $(n \times m)$.

Слагаемые $\sum A_{ij}x_j$, содержащие все остальные переменные x_j, кроме собственного вектора x_i подсистемы S_i, отображают связи между подсистемами.

Главная задача при применении геометрического подхода к сложным нелинейным системам (1), заключается в том, чтобы найти диффеоморфизм (гладкий изоморфизм) между исходной нелинейной системой и некоторой линейной системой [6].

Наличие преобразования, позволяющего перейти от сложной нелинейной системы к линейной, сводится к условию существования группы симметрий для сложной нелинейной системы управления. В [6] получено, что для автономных управляемых систем $\dot{x} = f(x,u)$ группа симметрии действует на множестве решений данной системы, если диффеоморфизм имеет следующую структуру: $u^{'} = u^{'}(x,u)$, $x^{'} = x^{'}(x)$, где (x,u) – старые локальные координаты и управление, $(x^{'}, u^{'})$ – соответственно новые.

В данной статье рассматривается класс сложных нелинейных динамических систем линейных по управлению (1), класс так называемых аффинных систем. То есть систему (1) можно представить в виде системы уравнений:

$$\dot{x_i} = f_1(x)x_i + f_2(x)u_i, x_i \in M^{n\times 1}, f_2(x_0) \neq 0, \tag{2}$$

где M^n – гладкое многообразие; x_0 – равновесная точка; $f_1(x)$, $f_2(x)$ – гладкие векторные поля на M^n :

$$\begin{array}{l} f_1(x) = [\xi_1(x), \ldots, \xi_n(x)]^T \\ f_2(x) = [\eta_1(x), \ldots, \eta_n(x)]^T \end{array} \tag{3}$$

Если векторные поля рассматриваются как дифференциальные операторы гладких функций, определенных на многообразии M^n, то они представляются в виде [7]

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i(x)\frac{\partial}{\partial x_i}, f_2(x) = \sum_{i=1}^{n} \eta_i(x)\frac{\partial}{\partial x_i} \tag{4}$$

Постановка задачи. Найти такие преобразования для гладкой замены координат $y = y(x)$ и управления $v = v(x,u)$ (статическая обратная связь), что система (2) приводится к некоторой изоморфной ей системе вида

$$dy/dt = A_C y + B_C v, \tag{5}$$

где A_C, B_C – матрицы канонической формы Бруновского.

В соответствии с методологией дифференциального подхода, для системы дифференциальных уравнений (5) формируется совокупность инфинитезимальных операторов, которые формируют базис алгебры Ли [7]. Если совокупность формируется, то для системы управления удовлетворяются динамические свойства.

Каноническая форма Бруновского для систем со скалярным управлением имеет следующий вид:

$$dy_1/dt = y_2; \quad \ldots dy_{n-1}/dt = y_n; \quad dy_n/dt = \nu. \tag{6}$$

Получим преобразования нахождением производных Ли вдоль векторного поля:

$$\begin{array}{l} dy_1/dt = y_2 = L_{f_1+f_2u} f_1(T_1(x)) = f_1(T_1(x)) + uf_2(f_1(T_1(x))) = f_1(T_1(x)) \\ dy_2/dt = y_3 = L_{f_1+f_2u} f_1(T_1(x)) = f_1^2(T_1(x)) + uf_2(f_1(T_1(x))) = f_1^2(T_1(x)) \\ \vdots \\ dy_n/dt = \nu = L_{f_1+f_2u} f_1^{n-1}(T_1(x)) = f_1^n(T_1(x)) + uf_2(f_1^{n-1}(T_1(x))) \end{array} \tag{7}$$

Заметим, что в формуле (7) и ниже под $f_1^i(T_1(x))$ понимается производная Ли i – го порядка функции $T_1(x)$ вдоль векторного поля $f_1(x)$:

$$f_1^i(T_1(x)) = f_1(f_1(\dots f_1(T_1(x))\dots)). \tag{8}$$

Итак, из (7) и (8) имеем

$$f_2(f_1^i(T_1(x))) = 0, i = \overline{2, n-2}, \tag{9}$$

$$d_n/dt = \nu = L_{f_1+f_2u} f_1^{n-1}(T_1(x)) = f_1^n(T_1(x)) + uf_2(f_1^{n-1}(T_1(x))) \tag{10}$$

Для того чтобы из (10) определить u, необходимо обязательно выполнить условие

$$f_2(f_1^{n-1}(T_1(x)) \neq 0) \tag{11}$$

Из анализа (9)-(11) можно сделать следующие выводы. Преобразование (невырожденная замена координат) $y_1 = T_1(x)$ определяется из решения системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных (9), (11), т.е.

$$f_2(f_1^i(T_1(x))) = 0, i = \overline{2, n-2}, \tag{12}$$

$$f_2 = (f_1^{n-1}(T_1(x)) \neq 0) \tag{13}$$

Остальные координаты получим из (7), т.е.

$$y_i = f_1^{n-1}(T_i(x)), i = \overline{2, n}, \tag{14}$$

Формулу (14) можно записать в более привычной форме

$$y_i = T_i(x) = f_1(T_{i-1}(x)) = (\partial T_{i-1}(x)/\partial x, f_1(x)), \quad i = \overline{2, n} \tag{15}$$

где (d, r) – скалярное произведение векторов d и r.

Для аффинных систем (2) система дифференциальных уравнений в частных производных (12), (13), из которой находится преобразование $T_1(x)$, эквивалентна системе дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, определенных последовательным дифференцированием векторного поля $f_2(x)$ вдоль векторного поля $f_1(x)$ и последующим дифференцированием функции $T_1(x)$ вдоль полученных векторных полей, т.е.

$$(ad_{f_1}^i f_2)(T_1(x)) = 0, i = \overline{0, n-2} \tag{16}$$

$$(ad_{f_1}^{n-1} f_2)(T_1(x)) \neq 0 \tag{17}$$

где $ad_{f_1}^i f_2$ – производная Ли векторного поля $ad_{f_1}^{n-1} f_2$ вдоль векторного поля $f_1(x)$ причем для

$$i = 0: \quad ad_{f_1}^0 f_2(x) = f_2(x)$$

$$i = 1: \quad \begin{array}{l} ad_{f_1}^1 f_2(x) = L_{f_1} f_2(x) = (f_1 f_2 - f_2 f_1)(x) = [f_1 f_2](x) = \\ = ((\partial f_2(x)\partial x) f_1(x) - (\partial f_1(x)/\partial x) f_2(x))(x) \end{array}$$

$$i = k: \quad ad_{f_1}^1 f_2(x) = L_{f_1} ad_{f_1}^{i-1} f_2(x) = [f_1, ad_{f_1}^{i-1} f_2(x)]$$

где $[f_1 f_2](x)$ – скобка (коммутатор) Ли векторных полей $f_1(x)$ и $f_2(x)$.

Для $i = 0 : ad_{f_1}^0 f_2(T_1(x)) = f_2(T_1(x)) = 0$ и первые уравнения (12), (13) и (16) совпадают. Для

$$i = 1: \quad \begin{array}{l} (ad_{f_1}^1 f_2)(T_1(x)) = L_{f_1} f_2(T_1(x)) = (f_1 f_2 - f_2 f_1)(T_1(x)) = \\ = (f_1(f_2(T_1(x)))) - f_2(f_1(T_1(x))) = -f_2(f_1(T_1(x))) \end{array},$$

так как $f_2(T_1(x) = 0)$. Выше было использовано свойство производной Ли:

$$L_{[f_1, f_2]}(T_1(x)) = [L_{f_1}, L_{f_2}](T_1(x)).$$

Исходя из определения скобок Ли и непосредственными вычислениями можно показать, что для

$$\begin{gathered} i = k \ : \ (ad_{f_1}^k f_2)(T_1(x)) = L_{f_1}(ad_{f_1}^{k-1} f_2)(T_1(x)) = \\ = \sum_{j=0}^{k} (-1)^j C_j^k f_1^{k-j} f_2 f_1^j (T_1(x)) = (-1)^k f_2 f_1^k (T_1(x)) = 0 \end{gathered} \tag{18}$$

так как

$$f_2 f_1^j (T_1(x)) = 0, \quad j = \overline{0, k-1}, \tag{19}$$

причем в (18)

$$C_j^k = \frac{k!}{j!(k-j)!}.$$

Формулы (18), (19) справедливы для $k = \overline{0, n-2}$. Для $k = n-1$

$$(ad_{f_1}^{n-1} f_2)(T_1(x)) = (-1)^{n-1} f_2 f_1^{n-1}(T_1(x)) \neq 0 \tag{20}$$

Эквивалентность формул (12), (13), (16), (17) доказана.

Функция $T_1(x)$ определяется из системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка (18), (19), но при этом векторные поля $ad_{f_1}^i f_2(x)$, $i = \overline{0, n-2}$, должны подчиняться условию их совместной интегрируемости и условию инволютивности.

Заметим, что при $f_2(x) = f_2 = const$

$$(ad_{f_1}^i f_2)(T_1(x)) = (-1)^i (f_2 f_1^i)(T_1(x)), \ \ i = \overline{0, n-1} \tag{21}$$

и формулы (12), (13) и (16) полностью совпадают.

Инволютивность является краеугольным камнем при выводе условий интегрируемости уравнений в частных производных и фактически при этом является синонимом термина «интегрируемость».

Говорят, что множество векторных полей $\{f_{11}(x), \dots, f_{1m}(x)\}$ инволютивно, если существуют такие скалярные поля (функции) $\alpha_{ijk}(x)$, что

$$[f_{1i}, f_{2j}](x) = \sum_{k=1}^{m} \alpha_{ijk}(x) f_{1K}(x) \tag{22}$$

В этом случае совокупность $\{f_{11}(x), \dots, f_{1m}(x)\}$ определяет алгебру Ли $\{f_{11}(x), \dots, f_{1m}(x)\}_{LA}$ относительно бинарной операции $[\cdot, \cdot]$. Фробениус показал, что система векторных полей тогда и только тогда интегрируема, когда она инволютивна. Сначала рассмотрим только класс так называемых инволюционных систем. Система векторных полей $S = (f_{11}(x), \dots, f_{1m}(x))$ находится *в инволюции*, т.е. векторные поля попарно коммутируют, если

$$f_{1i} f_{1j}(z(x)) = f_{1j} f_{1i}(z(x)), \ \ i, j = \overline{1, m}$$

или

$$[f_{1i} f_{1j}](x) = (f_{1i} f_{1j} - f_{1j} f_{1i})(x) = 0 \tag{23}$$

для любой дважды и более дифференцируемой функции $z(x)$, т.е. условия (23) совпадают с (22) для $\alpha_{ijk} = 0$. Покажем, что любая инволютивная система векторных полей имеет в качестве канонического (исходного) базиса инволюционную систему, из которой она определяется умножением на некоторые гладкие функции, определяя тем самым то же самое гладкое инволютивное распределение Δp размерности p, что и исходная инволюционная система.

3 Синтез управления нелинейной многосвязной системы на основе геометрического подхода

Пусть $S = \{f_{11}(x), \ldots, f_{1n-1}(x)\}$ – инволюционная система на подмногообразии V.

Пусть из системы S получена новая система $S = \{f_{21}(x), \ldots, f_{2n-1}(x)\}$ умножением векторных полей f_{11} на гладкие функции $g_i(x)$, $i = \overline{1, n-1}$, не обращающиеся в нуль в окрестности точки x_0. В этом случае S_1 определяет то же распределение Δ_{n-1}, но с другой параметризацией. Например, для $n-1=2$ имеем $f_{21} = g_1(x)f_{11}$, $f_{22} = g_2(x)f_{12}$.

Тогда

$$[f_{21}, f_{22}]f(x) = (\gamma_1(x)f_{21} + \gamma_2(x)f_{22}(x) + \gamma_3(x)[f_{11}, f_{12}])f(x) =$$
$$= (\gamma_1(x)f_{21} + \gamma_2(x)f_{22}(x))f(x).$$

так как из (23) $[f_{21}, f_{22}] = 0$. Функции $\gamma_i(x)$, $i = 1, 2, 3$ находятся из следующих соотношениях:

$$\gamma_1(x) = (-g_2(x)f_{12}(g_1(x)))/g_1(x),$$

$$\gamma_2(x) = (-g_1(x)f_{11}(g_2(x)))/g_2(x),$$

$$\gamma_3(x) = g_1(x) \cdot g_2(x).$$

Видно, что если $S = \{f_{11}, \ldots, f_{1n-1}\}$ – инволюционная система на подмногообразии V, то $S_1 = \{f_{21}, \ldots, f_{2n-1}\}$ определяет инволютивную систему на том же подмногообразии.

Что касается исходной системы $S = \{f_{11}(x), \ldots, f_{1n-1}(x)\} = \{ad^i_{f_1}f_2(x),\ i = \overline{0, n-2}\}$ определяющей систему (18), то из вывода уравнений (14) следует, что в общем случае это инволютивная система на подмногообразии V, так как из условия $[f_{1i}f_{1j}]f(x)\forall f_{1i} \in \Delta_{n-1}$ не обязательно следует, что $[f_{1i}f_{1j}] = 0$

Вопрос о существовании преобразования $y = T(x)$, $v = v(x, u)$ для исходной системы (2) сводится к проблеме наличия группы симметрий – группы диффеоморфизмов, переводящих решения управляемой системы (10) в решения системы (5) и наоборот. Здесь основную роль играет теорема Софуса Ли (аналог теоремы Руффини-Абеля-Галуа о разрешимости алгебраического уравнения в радикалах) о разрешимости линейного дифференциального уравнения в частных производных $Az = 0$.

Эта теорема приводит к следующим условиям наличия у (2) группы симметрий:

$$1) f_{1i}(T_1(x)) = 0, \quad i = \overline{1, n-1} \tag{24}$$

$$f_{1n}(T_1(x)) \neq 0, \tag{25}$$

2) система $S = \{f_{11}(x), \ldots, f_{1n-1}(x)\} = \{ad^i_{f_1}f_2(x),\ i = \overline{0, n-2}\}$ – является инволютивной;

3) векторные поля $\{f_{11}(x), \ldots, f_{1n-1}(x)\} = \{ad^i_{f_1}f_2(x),\ i = \overline{0, n-1}\}$ – линейно независимы в окрестности равновесной точки x_0.

Формулы (24), (25) в точности повторяют условия (12), (13) или (16), (17), условия 2) выполнены для S и единственным дополнительным условием существования является 3).

Если равновесная точка $x_0 \neq 0$, тогда преобразование

$$y_1 = T_1(x) - T_1(x_0) \tag{26}$$

позволяет получить интегральное многообразие, проходящее через данную точку x_0.

Суммируя вышесказанное, сформулируем основную теорему о наличии линейных эквивалентов у системы (2).

Условие. Нелинейная система (2) тогда и только тогда имеет линейный эквивалент – систему (5) в окрестности равновесной точки x_0, когда выполнены следующие условия:

1) система $S = \{ad^i_{f_1} f_2(x), \;\; i = \overline{0, n-2}\}$ – инволютивна;

2) $ad^{n-1}_{f_1} f_2 \neq 0$ в точке равновесия и ее окрестности;

3) векторы $ad^i_{f_1} f_2(x)$, $i = \overline{0, n-1}$ линейно независимы в точке равновесия и ее окрестности;

4) преобразование $T_1(x)$, полученное из системы дифференциальных уравнений (18), связано с переменной y_1 соотношением (26), остальные преобразования находятся из (7), (10);

5) статическая обратная связь определяется из уравнения

$$\nu = f^{n-1}_1(T_1(x)) + u \cdot ad^{n-1}_{f_1} f_2(T_1(x)).$$

откуда после нахождения $\nu = \nu(y)$ и замены $y = T(x)$ получим обратную связь в исходной системе

$$u(x) = \frac{\nu(T(x)) - f^{n-1}_1(T_1(x))}{ad^{n-1}_{f_1} f_2(T_1(x))}. \tag{27}$$

4 Заключение

В статье синтезируется управление для многосвязного нелинейного объекта на основе геометрического подхода.

Для сложной системы управления данным объектом применена процедура децентрализации и выведено условие наличия линейного эквивалента нелинейных систем.

В данной статье рассматривается синтез управления для многосвязного нелинейного энергетического объекта на основе геометрического подхода. Для сложной системы управления энергетическим объектом применена процедура децентрализации. На основе методологии геометрического подхода для декомпозированной системы выведено условие наличия линейного эквивалента нелинейных систем. В основе условия лежит процедура доказательство образования нелинейной многосвязной системы векторных полей. Для этого исходная декомпозированная система представляется в канонической форме Бруновского. Синтез управления нелинейной многосвязной системы на основе геометрического подхода реализован с помощью получения линейных эквивалентов на условиях инволютивности, не равенстве нулю операторов алгебр Ли в точке равновесия и ее окрестности, линейной независимости векторов операторов алгебр Ли в точке равновесия и ее окрестности.

Литература

[1] *Bloch A., Colombo L., Gupta R., Diego D.* A Geometric Approach to the Optimal Control of Nonholonomic Mechanical Systems // Analysis and Geometry in Control Theory / Springer International Publishing Switzerland. – 2015. – p.35-64.

[2] *Гайдук А.Р.* Условия разрешимости задачи синтеза инвариантных систем управления // Известия Южного федерального университета / Технические науки. – 2008. – № 7 (87) – стр.116-122.

[3] *Wang L., Su R., Huang Z., Wang X., Wang W., Grebogi C., Lai Y.* A geometrical approach to control and controllability of nonlinear dynamical networks // NATURE COMMUNICATIONS – 2016. – p.1-11.

[4] *Murray R.M.* Geometric Approaches to Control in the Presence of Magnitude and Rate Saturation // Astrom Symposium on Control. – 1999. - P. 43-72.

[5] *Satpute S., Mehra R., Kazi F., Singh N.M.* Geometric–PBC Approach for Control of Circular Ball and Beam System // 21st International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems – 2014 – p.1238-1243

[6] *Бутковский А.Г.* Кибернетика и структуры // Проблемы управления и информатика – 1996.– №1 (2) – С.8-20.

[7] *Методы классической и современной теории автоматического управления.* учебник в 5-и тт. – Изд.2-е, перераб. и доп. Т.5: Методы современной теории, автоматического управления /под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. — М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 784 с.

References

[1] *Bloch A., Colombo L., Gupta R., Diego D.* A Geometric Approach to the Optimal Control of Nonholonomic Mechanical Systems // Analysis and Geometry in Control Theory / Springer International Publishing Switzerland – 2015. – p.35-64.

[2] *Gajduk A.R.* Uslovija razreshimosti zadachi sinteza invariantnyh sistem upravlenija // Izvestija Juzhnogo federal'nogo universiteta / Tehnicheskie nauki – 2008. – № 7 (84) – str.116-122.

[3] *Wang L., Su R., Huang Z., Wang X., Wang W., Grebogi C., Lai Y.* A geometrical approach to control and controllability of nonlinear dynamical networks // NATURE COMMUNICATIONS – 2016. – p.1-11.

[4] *Murray R.M.* Geometric Approaches to Control in the Presence of Magnitude and Rate Saturation // Astrom Symposium on Control – 1999. - P. 43-72.

[5] *Satpute S., Mehra R., Kazi F., Singh N.M.* Geometric–PBC Approach for Control of Circular Ball and Beam System // 21st International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems – 2014 – p.1238-1243

[6] *Butkovskij A.G.* Kibernetika i struktury // Problemy upravlenija i informatika – 1996.– №1 (2). – S.8-20.

[7] *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija:* Uchebnik v 5-i tt.; Izd 2-e., pererab. i dop. T.5: Metody sovremennoj teorii, avtomaticheskogo upravlenija /pod red. K.A. Pupkova, N.D. Egupova. — M.: Izdatel'stvo MGTU im. N.Je. Baumana, 2004. – 784 s.