

МРНТИ 30.15.19; 30.15.23

**Сглаживание траектории центра масс робота методом генетического отбора**

Акжалова А.Ж., Казахстанско-Британский технический университет,  
г. Алматы, Республика Казахстан, E-mail: assel.akzhalova@gmail.com,  
Мухарский Д.В., Кокшетауский государственный университет им. Ш. Уалиханова,  
г. Кокшетау, Республика Казахстан, E-mail: amiddd@rambler.ru,  
Саду А., Кокшетауский государственный университет им. Ш. Уалиханова,  
г. Кокшетау, Республика Казахстан, E-mail: anara\_17.02kz96@mail.ru

В работе рассматривается метод расчёта кинематики шарнирной конструкции и применение генетического алгоритма для обеспечения требуемой траектории движения заданных точек конструкции. Сначала описаны типы звеньев произвольных шарнирных конструкций, их математическое описание и построение на их основе систем нелинейных уравнений, описывающих кинематику шарнирных конструкций. Полученные нелинейные системы решаются многократным применением метода Ньютона для систем нелинейных уравнений. Построенный алгоритм применяется для расчёта кинематики шарнирной конструкции, представляющей собой модель конечности «кинетических скульптур» Тео Янсена. Целью расчёта является подбор оптимальных параметров конечности, которые позволят применить её для модели робота с четырьмя опорными конечностями. Строится функция приспособленности траектории опорной точки и методом генетического отбора подбирается лучшая траектория, которая обеспечивает прямолинейное движение корпуса робота относительно земли. Теоретические расчёты подкрепляются численным моделированием и визуализацией. В конце статьи приводится график, иллюстрирующий успешное применение разработанной модели. На основе теоретических построений создан реальный прототип шагающего робота с четырьмя конечностями методом 3D печати комплектующих и последующей сборки.

**Ключевые слова:** кинематика шарнирной конструкции, «кинетическая скульптура» Тео Янсена, метод Ньютона, генетический алгоритм, шагающий робот.

**Генетикалық іріктеу әдісі арқылы робот массасы орталығының траекториясын тегістеу**

Акжалова А.Ж., Қазақстандық-Британдық техникалық университет,  
Алматы қ., Қазақстан Республикасы, E-mail: assel.akzhalova@gmail.com,  
Мухарский Д.В., Ш. Уалиханов ат. Көкшетау мемлекеттік университеті,  
Көкшетау қ., Қазақстан Республикасы, E-mail: amiddd@rambler.ru,  
Саду А., Ш. Уалиханов ат. Көкшетау мемлекеттік университеті,  
Көкшетау қ., Қазақстан Республикасы, E-mail: anara\_17.02kz96@mail.ru

Баяндамада, топсалық конструкцияның кинематикалық есептеу әдісі және конструкцияның берілген нүктелері қажетті траекториямен қозғалуы үшін, генетикалық алгоритмді қолдану қарастырылады. Біріншіден, ерікті топсалық конструкциялардың типтері, олардың математикалық сипаттамасы және олардың негізінде топсалық конструкцияның кинематикасын сипаттайтын сызықты емес тендеулер жүйесінде құрастыру сипатталған. Сызықты емес тендеулер жүйесі үшін қолданылатын Ньютон әдісін бірнеше рет қолдану арқылы алынған сызықты емес жүйелерді шешуге болады. Құрылған алгоритм топсалық конструкция кинематикасын есептеу үшін қолданылады. Бұл Тео Янсеннің «кинетическая скульптура» аяқ-қолдар моделінің үлгісі болып табылады. Есептеудің негізгі мақсаты - төрт

аяғы бар робот үлгісіне қолдануға мүмкіндік беретін аяқтың оңтайлы параметрлерін таңдау. Тірек нүктесі траекториясының ыңғайлану функциясы құрылады және ең жақсы траектория роботтың денесінің жерге қатысты сызықты қозғалысын қамтамасыз ететін генетикалық іріктеу әдісі арқылы таңдалады. Теориялық есептер сандық үлгілеу және визуализация арқылы бекітіледі. Мақаланың соңында құрастырылған модельді табысты қолдануды көрсететін график көрсетіледі. Теория негізінде және компоненттерді 3D принтерде басып шығарумен және кейіннен оны құрастыру арқылы төрт аяғы бар қадам басып жүретін роботтың нақты прототипі құрылды.

**Түйін сөздер:** топсалық конструкцияның кинематикасы, «кинетическая скульптура» Тео Янсена, Ньютон әдісі, генетикалық алгоритм, қадам басып жүретін робот.

### Smoothing the robot center mass trajectory by genetic selection

Akzhalova A., Kazakh-British Technical University,  
Almaty, Republic of Kazakhstan, E-mail: assel.akzhalova@gmail.com,  
Mukharsky D., Sh. Ualikhanov Kokshetau State University,  
Kokshetau, Republic of Kazakhstan, E-mail: amiddd@rambler.ru,  
Sadu A., Sh. Ualikhanov Kokshetau State University,  
Kokshetau, Republic of Kazakhstan, E-mail: anara\_17.02kz96@mail.ru

The paper examines a calculating method for an articulated construction kinematics and application of a genetic algorithm to provide the required trajectory of the specified structure points. First, we describe all types of articulated constructions segments, their mathematical description and construction on their basis of non-linear equations systems that describing the articulated construction kinematics. The obtained non-linear systems are solved by repeated application of Newton's method for non-linear equations. The built algorithm is used to calculate the kinematics of the articulated construction which is a limb model of kinetic sculptures by Theo Jansen. The calculation purpose is optimum parameters selection of a limb which will allow applying it for a robot model with four supporting extremities. We built a reference point trajectory fitness function and constructed the best trajectory which provides rectilinear movement of a robot body relative to the ground by the method of genetic selection. Theoretical calculations are supported by numerical modelling and visualization. There is a graph illustrating the successful application of the developed model at the article end. A real prototype of a stepping robot with four extremities by means of 3D printing of components and subsequent assemblage is created on the basis of theoretical considerations.

**Key words:** kinematics of articulated construction, strandbeest by Theo Jansen, Newton's method, genetic algorithm, walking robot.

## 1 Введение

Задачи изучения шагающего движения это задачи создания устройств, которые могут перемещаться по сильно пересечённой местности, в отсутствие любых дорог. Шагающие машины актуальны, прежде всего, как средство движения по местности со сложным рельефом и по каменистой местности [1]. Колесо при любом использовании не способно решить задачу движения по бездорожью. Ему требуется гладкая, непрерывная поверхность. Шагающая машина имеет небольшое пятно касания с поверхностью и, в перспективе, способна выбирать место контакта. Такое устройство незаменимо при исследовании новых территорий, передвижения по морскому дну, по развалинам зданий, исследовании поверхности других планет.

Конструкторами создано множество вариаций шагающих машин [2]. Многие из этих устройств демонстрируют впечатляющие навыки движения, очень напоминающие движение живых существ. С другой стороны анализ их движения показывает отсутствие адаптивности движения к условиям, в которых машина движется. Требуются обширные

исследования в области мехатроники и управления для создания конечностей, способных не просто преобразовывать круговое движение моторов в поступательное, а изменять параметры шага для выбора наиболее удобной точки опоры.

Если рассматривать шагающие механизмы как системы многих тел, соединённых шарнирами, то для автоматического составления компьютерной модели и её исследования можно использовать специализированные пакеты UM [3], CAD-системы [4],[5]. Для специальных случаев возможно ускорение расчётов с использованием специфических методов. В таких условиях вместо специализированных пакетов лучше напрямую составлять необходимые системы уравнений и решать их известными методами. Такой подход даёт больше гибкости в исследовании нестандартного поведения конструкций и нестандартных режимов их использования.

В работе рассмотрен метод расчёта шаговых циклов [6] шарнирных конструкций методом Ньютона и рассмотрен пример применения метода к расчёту шарнирной конструкции Тео Янсена. Параметры шарнирной конструкции подбираются методом генетического программирования для получения траектории движения с заранее заданными характеристиками. В отличие от классических конструкций Тео Янсена, исследованных во многих источниках, мы расширили пространство поиска путём расщепления точки, задающей движение на две, сдвинутые по фазе относительно друг друга. Это позволило существенно расширить число возможных траекторий опорной точки, среди которых производится поиск оптимальной траектории. На основе полученной модели строится образец шагающего робота с четырьмя конечностями.

Данная статья является продолжением исследования авторов по применению групп мобильных роботов для работы в труднодоступной местности. В работе [7] рассматривается постановка задачи исследования группой связанных роботов мест стихийных и техногенных бедствий. Применение в качестве членов группы шагающих роботов с адаптированным к условиям движения шагом позволит существенно расширить эффективность и скорость обследования местности.

## 2 Обзор литературы

Разработкой шагающих механизмов конструкторы занимаются с давних времён. Есть упоминания разработок из Китая, датированных 230 ВС. Хороший обзор всех существенных разработок в этой области от первых робких попыток до последних моделей дан в книге [8]. Шагающее движение находит своё применение при движении по пересечённой и труднодоступной местности, по слабым грунтам [9], в аварийно-спасательных работах [10], в исследовании и освоении морского дна [11], [12], [13], [14], в военном деле [15], в сельском хозяйстве [16] и т.д.

Основной проблемой при разработке шагающих механизмов является уменьшение энергетических затрат на движение [17]. При передвижении по пересечённой местности корпус робота испытывает постоянные и нерегулярные колебания в вертикальной плоскости. При этом затрачивается работа на преодоление силы тяжести. Уменьшение этой работы положительно скажется на экономичности хода и увеличении времени автономной работы робота [18].

В большинстве рассмотренных публикаций анализ движения роботов основывается на составлении, анализе и решении систем динамических и кинематических уравнений.

Найденные решения зачастую оказываются неоптимальными и неустойчивыми при изменении параметров шагающих роботов. Поиск оптимальных решений наталкивается на существенные вычислительные трудности. В таких условиях актуальным становится использование других методов оптимизации, приближенных к естественным способам адаптации живых организмов [19]. Это сравнительно молодое направление получило название эволюционная робототехника (Developmental Robotics) [20]. Эволюционная робототехника является междисциплинарной областью исследований и находится на стыке связанной с такими науками как искусственный интеллект, робототехника и эволюционная биология [21], [22].

Исследования показывают, что метод последовательного эволюционного усложнения конструкции робота может дать вполне ощутимый эффект и приводить к неожиданным находкам [23].

### 3 Материал и методы

Системы связанных между собой шарнирами жёстких стержней представляют собой физические конструкции со многими степенями свободы. Расчёт кинематики таких конструкций сводится к системе нелинейных уравнений. При малых скоростях движения и большой жёсткости связующих стержней можно пренебречь колебательными степенями свободы и изменениями формы стержней. В предположении очень малой силы трения мы получим идеальную шарнирную конструкцию, для которой можно рассчитать траектории движения всех шарниров путём решения системы однотипных нелинейных уравнений.

#### 3.1 Адаптация метода Ньютона для расчёта произвольной шарнирной конструкции

Будем рассматривать шарнирные конструкции, состоящие из звеньев трёх видов. К первому типу относятся нерастяжимые и абсолютно твёрдые стержни с двумя подвижными шарнирами на концах Рис. 1а. Второй тип представляют собой рычаги с двумя подвижными шарнирами и одним неподвижным шарниром Рис. 1б. Третий тип звеньев так же имеет вид рычагов с тремя подвижными шарнирами Рис. 1с. Для рычагов типов б и с допускается расположение шарниров не на одной прямой.

Для типа а имеем уравнение, связывающее координаты двух шарниров на концах стержня:

$$L^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2.$$

Для рычагов типа б имеем три уравнения (с учётом 2-х вариаций рычагов - пять уравнений):

$$\begin{aligned} L_1^2 &= (x_1 - X_3)^2 + (y_1 - Y_3)^2 + (z_1 - Z_3)^2, & L_1^2 &= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2, \\ L_2^2 &= (X_3 - x_2)^2 + (Y_3 - y_2)^2 + (Z_3 - z_2)^2, & L_2^2 &= (x_2 - X_3)^2 + (y_2 - Y_3)^2 + (z_2 - Z_3)^2, \\ L &= g(L_1, L_2, \alpha). \end{aligned}$$

где  $X_3, Y_3, Z_3$  и длины стержней считаются заданными константами,  $g(\cdot)$  – функциональная связь между длинами плеч рычагов и угла между ними.

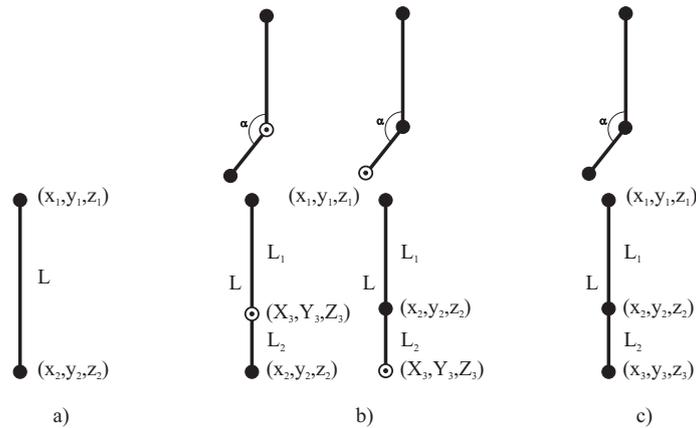


Рисунок 1: Типы соединительных звеньев. Используются следующие обозначения: ● - подвижный шарнир, ⊙ - неподвижный шарнир. Координаты неподвижных шарниров записываются прописными буквами

Для рычагов типа с получаем аналогичную систему уравнений:

$$\begin{aligned} L_1^2 &= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2, \\ L_2^2 &= (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2, \\ L &= g(L_1, L_2, \alpha). \end{aligned}$$

Будем рассматривать шарнирные конструкции, которые имеют один шарнир с заданной траекторией движения. Такой шарнир будем называть *исток шарнирной конструкции*. Исток задаёт закон движения для всей шарнирной конструкции. Наиболее важными для практического применения в робототехнике считаются движение по окружности и колебательное движение вдоль произвольной прямой. В общем случае допустимы любые траектории, заданные аналитически или таблично.

Цель расчёта - нахождение траектории движения заданной точки или нескольких точек шарнирной конструкции. Такие точки будем называть *стоками шарнирной конструкции*. В большинстве практических приложений достаточно одного стока. Однако не вызывает затруднений нахождение траекторий любого количества стоков.

Система звеньев описывается системой нелинейных уравнений, которую в самом общем случае записывают в виде:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_1, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_1, \dots, x_n) = 0 \\ \dots \\ f_n(x_1, x_1, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Для решения систем нелинейных уравнений вида (1) наибольшее распространение получили метод Зейделя и метод Ньютона в различных модификациях. Метод Ньютона имеет преимущество перед методом Зейделя в скорости схождения. Кроме того метод Ньютона имеет простую модификацию и хорошо масштабируется для расчёта многозвенных шарнирных конструкций.

В общем методе Ньютона левые части уравнений (1) представляются рядами Тейлора. Разложение ограничивается членами нулевой и первой степеней приращений переменных. В результате получается СЛАУ, которую можно разрешить относительно приращений переменных. Так как разложение исходной системы (1) ограничено, то приращения могут быть использованы только для нахождения следующего приближения значений переменных с любой необходимой точностью. Для шарнирных конструкций обобщённая система (1) имеет специальное представление, которое позволяет упростить расчёты.

Каждое звено описывается своим нелинейным уравнением или системой уравнений. Эти уравнение зависит от шести координат в трёхмерном случае и от четырёх координат в двухмерном случае. Таким образом, всю систему (1) можно представить в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{11}(x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1) = 0 \\ f_{12}(X_1, Y_1, Z_1, x_1, y_1, z_1) = 0 \\ f_{13}(X_2, Y_2, Z_2, x_1, y_1, z_1) = 0 \\ \dots \\ f_{n1}(x_{n-3}, y_{n-3}, z_{n-3}, x_n, y_n, z_n) = 0 \\ f_{n2}(x_{n-2}, y_{n-2}, z_{n-2}, x_n, y_n, z_n) = 0 \\ f_{n3}(x_{n-1}, y_{n-1}, z_{n-1}, x_n, y_n, z_n) = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

Метод расчёта состоит в том, что за одну итерацию методом Ньютона решаются подсистемы общей системы (2) для координат последовательности подвижных шарниров. Расчёт необходимо начинать с уравнений, связывающих координаты истока с координатами следующего подвижного шарнира. Расчёт заканчивается, когда мы получаем новые координаты всех стоков.

Преимущество описанной схемы расчёта кроется в простоте её реализации. При программной реализации можно использовать стандартные библиотеки линейной алгебры, или реализовать весь расчёт самостоятельно. К недостаткам схемы можно отнести накопление ошибок при многократном применении метода Ньютона. Однако, описанный в следующем разделе пример, показал применимость схемы на практике, приемлемую точность и скорость расчёта.

Другим ограничением описываемой схемы является её применимость только для конструкций с детерминированным поведением каждого узла в цепочке от истока до стока. Математически это означает необходимость введения дополнительных ограничивающих уравнений или условий. С другой стороны, при разработке конечностей для робота детерминизм является необходимым условием жёсткости конструкции. Для таких случаев описанная схема расчёта может оказаться предпочтительнее универсальных методов.

В следующем разделе приведён пример расчёта шарнирной конструкции, представляющей собой модель конечности «кинетических скульптур» (strandbeest) Тео Янсена.

### 3.2 Пример расчёта шарнирной конструкции

Применим общую схему из предыдущего раздела к системе нелинейных уравнений для шарнирной конструкции, представленной на Рис. 2. Эта шарнирная конструкция представляет собой модель конечности шагающего механизма Тео Янсена [24], [25].

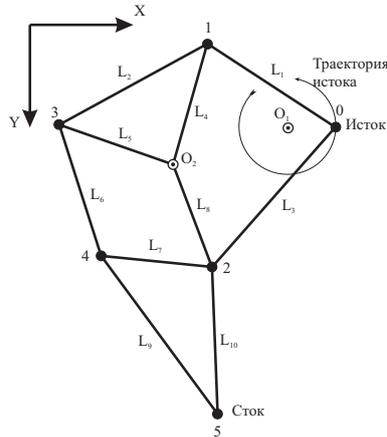


Рисунок 2: Конструкция конечности шагающего механизма Тео Янсена

Конструкция состоит целиком из стержней типа а. Таких звеньев в конструкции 10 штук. Движение по оси  $z$  ограничено и не рассматривается. Таким образом, работу конструкции будем рассматривать в двухмерном пространстве. Исток конструкции движется по окружности с постоянной угловой скоростью. Зная координаты  $(X_1, Y_1)$  центра окружности  $O_1$ , радиус окружности  $R$  и угловую скорость  $\omega$  мы можем рассчитать положение точки 0 в любой момент времени. Далее зная координаты  $(X_2, Y_2)$  неподвижной точки  $O_2$ , рассчитываются положения шарниров в порядке их нумерации на Рис. 2.

Полная система уравнений для конструкции на Рис. 2 имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1^2 = (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 \\ L_2^2 = (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 \\ L_3^2 = (x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2 \\ L_4^2 = (x_1 - X_2)^2 + (y_1 - Y_2)^2 \\ L_5^2 = (x_3 - X_2)^2 + (y_3 - Y_2)^2 \\ L_6^2 = (x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 \\ L_7^2 = (x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2 \\ L_8^2 = (x_2 - X_2)^2 + (y_2 - Y_2)^2 \\ L_9^2 = (x_5 - x_4)^2 + (y_5 - y_4)^2 \\ L_{10}^2 = (x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \left\{ \begin{array}{l} L_1^2 = (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 \\ L_4^2 = (x_1 - X_2)^2 + (y_1 - Y_2)^2 \end{array} \right. \\ 2 \left\{ \begin{array}{l} L_3^2 = (x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2 \\ L_8^2 = (x_2 - X_2)^2 + (y_2 - Y_2)^2 \end{array} \right. \\ 3 \left\{ \begin{array}{l} L_2^2 = (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 \\ L_5^2 = (x_3 - X_2)^2 + (y_3 - Y_2)^2 \end{array} \right. \\ 4 \left\{ \begin{array}{l} L_6^2 = (x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 \\ L_7^2 = (x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2 \end{array} \right. \\ 5 \left\{ \begin{array}{l} L_9^2 = (x_5 - x_4)^2 + (y_5 - y_4)^2 \\ L_{10}^2 = (x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3)$$

В правой части уравнения сгруппированы по два. Каждой группе достаточно, чтобы рассчитать положение одного шарнира в иерархии. Последняя группа даёт координаты

стока шарнирной конструкции. Каждая группа уравнений решается отдельно и даёт базу для решения следующей группы. Уравнения для координат  $x_0, y_0$  выражаются через угловую скорость шарнира 0 и радиус  $R$  окружности, по которой он движется по формулам  $x_0(t) = R \sin \omega t, y_0(t) = R \cos \omega t$ .

В последующих расчётах будем считать их известными величинами и не прописывать специально в системе нелинейных уравнений. Для дальнейшей работы удобно переписать уравнения в виде:

$$\begin{cases} 1 \left\{ \begin{aligned} f_{11} &= (x_0^2 - 2x_0^2x_1^2 + x_1^2 + y_0^2 - 2y_0^2y_1^2 + y_1^2 - L_1^2 \\ f_{12} &= (x_0^2 - 2x_0^2x_1^2 + x_1^2 + y_0^2 - 2y_0^2y_1^2 + y_1^2 - L_1^2 \end{aligned} \right. \\ \dots \\ 5 \left\{ \begin{aligned} f_{51} &= (x_5^2 - 2x_5^2x_1^2 + x_4^2 + y_5^2 - 2y_5^2y_4^2 + y_4^2 - L_9^2 \\ f_{52} &= (x_5^2 - 2x_5^2x_1^2 + x_4^2 + y_5^2 - 2y_5^2y_4^2 + y_4^2 - L_{10}^2 \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (4)$$

Обозначим  $\mathbf{x}^{(k)} = (x_1^{(k)}, y_1^{(k)}, \dots, x_5^{(k)}, y_5^{(k)})^T$  приближение корня на итерации  $k$ .

Точное значение корня обозначим вектором  $\mathbf{x}^{(\infty)} = (x_1^{(\infty)}, y_1^{(\infty)}, \dots, x_5^{(\infty)}, y_5^{(\infty)})^T$ . В соответствии с методом Ньютона раскладываем левые части уравнений в ряды Тейлора.

$$\begin{cases} l \left\{ \begin{aligned} f_{l1}(x_l^{(k)}, y_l^{(k)}) + \frac{\partial f_{l1}}{\partial x_l} \Delta x_l + \frac{\partial f_{l1}}{\partial y_l} \Delta y_l &= 0 \\ f_{l2}(x_l^{(k)}, y_l^{(k)}) + \frac{\partial f_{l2}}{\partial x_l} \Delta x_l + \frac{\partial f_{l2}}{\partial y_l} \Delta y_l &= 0 \end{aligned} \right. \rightarrow \\ \dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 \left\{ \begin{aligned} (-2x_0 + 2x_1^{(k)}) \Delta x_1 + (-2y_0 + 2y_1^{(k)}) \Delta y_1 &= -f_{11}(x_1^{(k)}, y_1^{(k)}) \\ (-2x_2 + 2x_1^{(k)}) \Delta x_1 + (-2y_2 + 2y_1^{(k)}) \Delta y_1 &= -f_{12}(x_1^{(k)}, y_1^{(k)}) \end{aligned} \right. \\ \dots \\ 5 \left\{ \begin{aligned} (-2x_4 + 2x_5^{(k)}) \Delta x_5 + (-2y_4 + 2y_5^{(k)}) \Delta y_5 &= -f_{51}(x_5^{(k)}, y_5^{(k)}) \\ (-2x_2 + 2x_5^{(k)}) \Delta x_5 + (-2y_2 + 2y_5^{(k)}) \Delta y_5 &= -f_{52}(x_5^{(k)}, y_5^{(k)}) \end{aligned} \right. \end{cases}, \quad (5)$$

где  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}^{(\infty)} - \mathbf{x}^{(k)}$ .

В левых частях уравнений (5) мы оставляем только слагаемые, которые содержат нулевую и первую степени приращений  $\Delta x_l, \Delta y_l$ . Задача сводится к решению системы линейных уравнений относительно  $\Delta x_l, \Delta y_l$ .

Решение линейной системы уравнений (5) используется для итерационного нахождения нового приближения к значению корня:

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \Delta x_l; y_i^{(k+1)} = y_i^{(k)} + \Delta y_l. \quad (6)$$

В теории метода Ньютона используется другая запись полученных уравнений. Вводится понятие Якобиана:

$$J_l = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{l1}}{\partial x_l} & \frac{\partial f_{l1}}{\partial y_l} \\ \frac{\partial f_{l2}}{\partial x_l} & \frac{\partial f_{l2}}{\partial y_l} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x + 2x_l & -2y + 2y_l \\ -2X + 2x_l & -2Y + 2y_l \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $x, y, X, Y$  – координаты уже рассчитанных подвижных шарниров или координаты неподвижных шарниров.

Систему (5) можно переписать в векторно-матричной форме:

$$\mathbf{J}_l(\mathbf{x}^{(k)}) \cdot \Delta \mathbf{x} = -\mathbf{f}_l(\mathbf{x}^{(k)}).$$

Таким образом, мы получаем расчётные формулы для  $k + 1$ -го приближения шарнирной конструкции:

$$\begin{aligned} x_i^{(k+1)} &= x_i^{(k)} - \frac{1}{|J_l|} \left( f_{l2}(x_i^{(k)}, y_i^{(k)}) \frac{\partial f_{l1}}{\partial y_i} - f_{l1}(x_i^{(k)}, y_i^{(k)}) \frac{\partial f_{l2}}{\partial y_i} \right), \\ y_i^{(k+1)} &= y_i^{(k)} - \frac{1}{|J_l|} \left( f_{l1}(x_i^{(k)}, y_i^{(k)}) \frac{\partial f_{l2}}{\partial x_i} - f_{l2}(x_i^{(k)}, y_i^{(k)}) \frac{\partial f_{l1}}{\partial x_i} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Расчётные формулы (8) позволяют последовательно рассчитывать координаты всех подвижных шарниров конструкции начиная от истоков и заканчивая стоком в произвольный момент времени. Затем рассчитываются положения истоков в следующий момент времени и весь процесс расчёта по формулам (8) повторяется. Мы использовали описанный метод, чтобы анимировать на экране компьютера движение шарнирной конструкции и строить в режиме реального времени траекторию движения стока.

Описанный метод позволяет в режиме реального времени менять длины звеньев и координаты неподвижных шарниров, отслеживая поведение стока и вырождение конструкций. В качестве первого приближения мы взяли параметры из открытых источников в интернете. Построенная модель стала базовой для уточнения параметров траектории, сначала в интерактивном режиме. Для более тонкой настройки параметров мы применили метод генетического отбора.

В следующем разделе строится генетический алгоритм нахождения лучшей траектории, удовлетворяющей оптимизирующей функции приспособленности.

### 3.3 Применение генетического отбора для сглаживания траектории центра масс

При использовании шарнирной конструкции, показанной на Рис. 2, в качестве опорно-двигательного механизма шагающего робота поставим задачу подбора такой траектории стока, чтобы центр масс робота двигался как можно более плавно. Математически это требование означает минимизацию вертикальных смещений центра масс за один полный цикл движения стока одной из конечностей. При этом число конечностей робота должно быть минимальным для обеспечения устойчивого движения. Тео Янсен в своих «кинетических скульптурах» использует большое количество ног. В каждый момент времени не менее десяти-двадцати конечностей имеют опору на землю. За счёт этого движение всей конструкции получается плавным. При создании небольшого робота с описанными конечностями, приводимого в движение мотором, количество конечностей может быть 2, 4, 6. Использовать большее количество энергетически нецелесообразно.

Для робота с двумя конечностями, который передвигается с достаточно малой скоростью, контакт с землёй большую часть времени будет иметь только одна из ног. При этом возникает ряд проблем с поддержанием равновесия робота, согласованным с шагом перемещением центра масс и другие проблемы вертикальной конструкции с малой площадью контакта с землёй [20].

В нашей работе мы ориентировались на конструкцию робота с четырьмя конечностями. При движении робота с четырьмя конечностями по ровной поверхности, в контакте с землёй всё время должны находиться 2 диагонально противоположные конечности. За время, пока робот имеет контакт с землёй по одной паре конечностей, другая пара должна пройти верхнюю часть траектории и коснуться земли в момент или чуть раньше, чем первая пара поднимет конечности от земли. Кроме того за время контакта пары конечностей с землёй колебания центра масс должны быть минимальными. Таким образом, основная проблема плавного движения конструкции с четырьмя конечностями в согласовании момента отрыва первой пары конечностей от земли с моментом постановки второй пары конечностей на землю. Так как задняя пара конечностей полностью повторяет движения передней пары, мы будем рассматривать движение центра масс только одной пары.

Для исследования большего количества различных траекторий мы разделили шарнир 0 на два шарнира с различными расстояниями от точки  $O_1$  и различающихся фазой  $\alpha$ . Тем самым мы заменили шарнирную конструкцию с одним истоком на шарнирную конструкцию с двумя функционально связанными истоками, существенно увеличив количество возможных траекторий стока.

На Рис. 3 показана зависимость вертикального положения неподвижного шарнира от положения конечностей робота для двух диаметрально противоположных положений истоков.

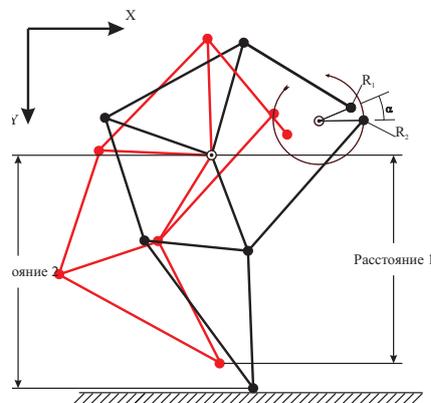


Рисунок 3: Две противоположные позиции стока

Из рисунка видно, что опору на землю имеет та конечность, сток которой отдалён от неподвижного шарнира на большее расстояние. Таким образом, если во время движения робота максимальное из двух расстояний от неподвижного шарнира до стока имеет постоянное значение, то траектория движения центра масс, который жёстко связан с неподвижным шарниром, будет представлять собой прямую линию, горизонтальную земле. Отсюда получим, что функцией приспособленности (fitness function) для подбора

оптимальных параметров конечностей будет функция:

$$\begin{aligned} \forall t, \tau : \Delta D &= \max_{t \leq T} (D(t), D(T-t)) - \max_{\tau \leq T} (D(\tau), D(T-\tau)) \rightarrow 0, \\ D(t) &= Y_2(t) - y_5(t), D(\tau) = Y_2(\tau) - y_5(\tau), \\ D(T-t) &= Y_2(T-t) - y_5(T-t), D(t-\tau) = Y_2(T-\tau) - y_5(T-\tau), \\ t &\neq \tau, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $T$  - период движения истоков.

В практических расчётах удобнее использовать сумму квадратов отклонений точек траектории опорной конечности от среднего значения за цикл. Если обозначить количество рассчитанных за цикл точек траектории как  $N$ , то мы получим следующую функцию приспособленности, применённую нами для оценки «качества» траектории стока.

$$\begin{aligned} \Delta D &= \sum_{t=0}^N \left( D_{av} - \max_{t \leq T} (D(t), D(T-t)) \right)^2 \rightarrow 0, \\ D_{av} &= \frac{\sum_{t=0}^N \max (D(t), D(T-t))}{N}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для подбора параметров конечности, обеспечивающих выполнение целевой функции (10) нами был использован генетический алгоритм [26],[27]. Использование генетических алгоритмов оправданно к задачам, не имеющим чёткой аналитической формулировки. Однако для таких задач можно сформулировать желаемый критерий приближения к решению и использовать его для оценки множества получаемых решений. Известные методы аналитического решения малоприспособлены для данного типа задач. Кроме того имеется множество соотношений параметров конечности, которые приводят к вырожденным конструкциям, т.е. конструкциям, которые невозможны в силу физических ограничений. Отслеживать аналитически случаи вырождения сложно, однако целевая функция (10) стремится к бесконечности для вырожденных конструкций и это может являться сигналом к отбраковке соответствующих конечностей [28].

В качестве генотипа мы использовали следующие параметры: десять длин соединительных сегментов, координаты двух неподвижных шарниров, радиусы движения истоков и фаза. Соответственно хромосома одной особи представляется 17-ю числами:

$$G = \{L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, L_8, L_9, L_{10}, X_1, Y_1, X_2, Y_2, R_1, R_2, \alpha\}. \quad (11)$$

Мы использовали для поиска траектории небольшую популяцию из 9 особей. Вначале каждая особь иницировалась случайным генотипом, сгенерированным из чисел, соответствующих физически корректной шарнирной конструкции с далеко неоптимальной траекторией путём искажения их на малую величину.

Полностью алгоритм может быть описан следующими шагами.

1) Иницируются 9 особей путём искажения хромосомы физически корректной шарнирной конструкции;

2) Исток каждой шарнирной конструкции совершает полный цикл  $T$  движения, и запоминается каждое 4-е значение  $\max (D(t), D(T-t))$ ;

- 3) Вычисляется среднее положение стока  $D_{av}$  опорной конечности по формуле (10);
- 4) Вычисляется  $\Delta D$  - сумма квадратов отклонений стока от среднего значения за весь цикл движения по формуле (10);
- 5) Чем меньше  $\Delta D$  для особи, тем ближе траектория данной особи к оптимальной. Если в поколении  $p$  существует особь, у которой  $\Delta D < \varepsilon$  будем говорить, что данная особь имеет  $\varepsilon$ -оптимальную траекторию и считать её победителем. Алгоритм заканчивает свою работу. Опыты показывают, что величина  $\varepsilon$  не может иметь значение равное 0. Это связано с погрешностью вычислений. Мы использовали значение 15 для величины  $\varepsilon$ .
- 6) Если условие пункта 5) не выполнено, то популяция подвергается селекции. Особи, фенотип которых оказался вырожденным и особь, имеющая максимальное значение  $\Delta D$  не переходят в следующее поколение. Их хромосомы заменяются хромосомами, полученными скрещиванием хромосом от двух родительских особей из родительского пула, выбранных методом селекции. Родительский пул составляют все оставшиеся после отбраковки особи. Мы использовали наиболее широко распространённый метод селекции, называемый методом рулетки. Чем меньше значение  $\Delta D$  для особи, тем с большей вероятностью данная особь переходит в следующее поколение.
- 7) Оператор скрещивания действует по классической схеме. Родительские хромосомы, выбранные методом рулетки из родительского пула, делятся на две части в произвольной точке (одинаковой для обеих хромосом, что обеспечивает сохранение длины хромосомы неизменной). Потомок наследует одну часть хромосомы от первого родителя и другую часть хромосомы от второго родителя. Другая вариация теряется.
- 8) Часть популяции подвергается действию оператора мутации. Действие оператора мутации заключалось в искажении на малую величину одного случайного аллеля. Оператор мутации позволяет «вливать новую кровь» в популяцию, т.е. исследовать другие точки пространства решений.

В следующем разделе приводятся результаты численного моделирования эволюции шарнирной конструкции, анализируются результаты моделирования и делаются выводы по практическому применению полученных результатов.

#### 4 Результаты и обсуждение

Для проведения численного моделирования и расчёта оптимальной траектории стока мы написали программный симулятор. Программа позволяет визуализировать результаты расчёта кинематики шарнирной конструкции, интерактивно в режиме реального времени менять параметры шарнирной конструкции, строить графики скорости и координаты стока, запускать эволюцию 9 особей на поиск траектории, оптимизирующей функцию приспособленности (10). Все результаты численного моделирования, приведённые в данном разделе, получены с помощью этой программы.

На Рис. 4 показана вся популяция в первом поколении и вся популяция в после остановки генетического отбора.

На рисунке красные точки отмечают траекторию стока шарнирной конструкции. Синяя линия показывает траекторию движения центра масс конструкции. Каждая точка синей линии отмечает величину отклонения стока опорной конечности от среднего

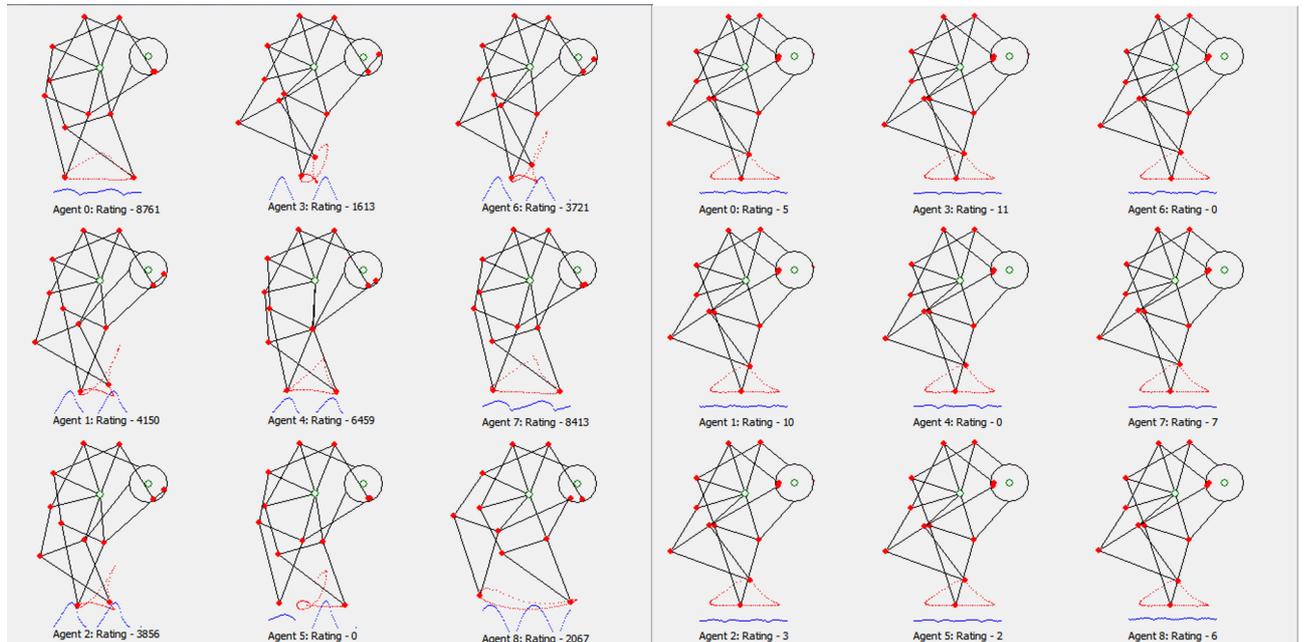


Рисунок 4: Состояние популяции для первого (слева) и 161-го (справа) поколений

за цикл значения, умноженную на масштабный коэффициент. Мы выбрали масштабный коэффициент равным 4-м, чтобы визуально оценивать качество работы алгоритма.

В первом поколении все траектории различны, несмотря на то, что получены малыми искажениями от одной неоптимальной хромосомы. Траектории центров масс представляют собой далёкие от прямых линий кривые с двумя характерными впадинами, характеризующими моменты смены опорной конечности на краях траекторий. Часть траекторий (1-я, 2-я, 3-я, 5-я и 6-я) совершенно непригодны для организации передвижения робота, так как представляют собой петлеобразные линии либо колебательные движения.

На 161 поколении победителем оказалась особь под номером 3 со следующим генотипом:  $L_1 = 199,81; L_2 = 224,96; L_3 = 245,49; L_4 = 167,00; L_5 = 161,38; L_6 = 157,03; L_7 = 148,42; L_8 = 150,46; L_9 = 265,37; L_{10} = 208,70; X_1 = 0; Y_1 = 0; X_2 = -152,09; Y_2 = -35,31; R_1 = 48,65; R_2 = 49,67; \alpha = -8^0$ .

Из сравнения рисунков видно насколько эволюционировали особи и как видоизменились траектории центров масс. У победившей особи траектория центра масс мало отличается от прямой линии. Некоторые отклонения связаны в основном с неустраняемыми погрешностями вычислений. Особенностью найденной алгоритмом траектории является малая фаза  $\alpha$ . Два истока практически слились в один общий исток. Мы запускали эволюцию много раз. Замеченная тенденция к объединению истоков наблюдалась при всех запусках. Это послужило причиной того, что для практического использования в конструкции робота мы объединили истоки и взяли значения параметров, близкие к рассчитанным величинам и компенсирующие объединение. Технически один исток использовать легче, чем два.

Траектория-победитель имеет очень острые края соответствующие моментам смены опорной конечности. Можно предположить, что обострение краёв траектории и являлось скрытым мотивом отбора. На траекториях в первом поколении соответствующие края округлены, что является источником характерных провалов траектории центра масс в моменты смены опорной ноги. Эволюция привела к сплюсчиванию траектории и максимальному спрямлению нижней части траектории.

На Рис. 5 показан график изменения суммарного среднеквадратичного отклонения для 9 эволюционировавших особей в течение 161 поколения.

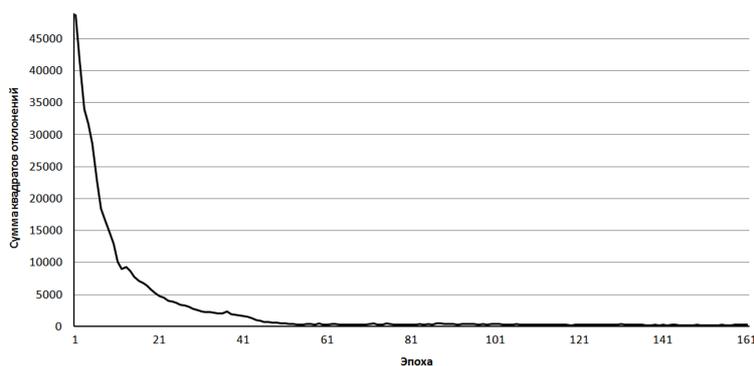


Рисунок 5: График изменения суммы квадратов отклонений координат стока опорной конечности от среднего значения

График демонстрирует прогрессирующее снижение отклонения с небольшими флуктуациями, вызванными мутациями аллелей хромосом. Алгоритм быстро избавляется от особей с большой суммой квадратов отклонений. На Рис. 4 первыми кандидатами на отбраковку были особи с номерами 1, 2, 3, 5 и 6. Любая мутация, приводящая к уменьшению отклонения, поднимает рейтинг особи и повышает шансы на переход особи в новое поколение и распространение своей хромосомы на другие особи. Все вышеуказанные факторы приводят сначала к быстрому выделению перспективного множества параметров, а затем к медленному улучшению траектории и приближению её к наилучшей.

В таблице 1 собраны результаты численного моделирования для параметров звеньев шарнирной конструкции и координат неподвижных шарниров.

В первой колонке приведены значения длин и координаты неподвижных шарниров для конструкций Тео Янсена, найденные нами в открытых источниках [24]. В скобках приведены эти же значения, пересчитанные в масштаб используемой нами модели. Второй столбец содержит параметры, найденные нами эмпирическим путём с помощью визуального оценивания траектории. Можно видеть, что эти значения очень близки к значениям Тео Янсена.

В третьем столбце таблицы приведены значения параметров, которые были использованы как исходные для запуска процесса эволюции. Следующий столбец соответствует значениям, полученным в ходе эволюции.

Последний столбец получен дополнительным запуском процесса эволюции в предположении, что истоки слиты в один. Полученные числа мало отличаются от чисел

Таблица 1: Параметры конечности

Параметр	Значения Тео Янсена	Значения, найденные эмпирически	Исходные значения для эволюции	Значения, найденные эволюцией	Окончательные значения
$L_1$	50 (166,67)	167	200	199,81	199,13
$L_2$	55,8 (186,00)	186	223	224,96	222,41
$L_3$	61,9 (206,33)	199	247	245,49	242,16
$L_4$	41,5 (138,33)	138	166	167,00	167,19
$L_5$	40,1 (133,67)	134	160	161,38	159,66
$L_6$	39,4 (131,33)	131	157	157,03	155,10
$L_7$	36,7 (122,33)	122	146	148,42	146,82
$L_8$	39,3 (131,00)	125	150	150,46	149,99
$L_9$	65,7 (219,00)	219	262	265,37	265,65
$L_{10}$	49 (163,33)	175	210	208,70	211,19
$O_1(X_1, Y_1)$	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
$O_2(X_2, Y_2)$	-38 (-126,67) -7,8 (-26,00)	-125 -28	-150 -33	-152,09 -35,31	-153,62 -36,99
$R_1$	15 (50)	50	50	48,65	50,38
$R_2$	-	-	50	49,67	-
$\alpha$	-	-	0	$-8^0$	-

из предыдущего столбца и лишь немного исправляют траекторию, сохраняя её полезные свойства, чтобы компенсировать соединение двух истоков в один. Единственным существенным отличием траектории из последнего столбца от предыдущей траектории было уменьшение высоты наивысшей точки. Траектория стала более «сплюснутой» и напоминала каплю ртути на несмачиваемой поверхности в поле силы тяжести.

Мы запускали эволюцию много раз. Отбор занимал в среднем 200 поколений. Каждый раз мы получали близкие значения с небольшими вариациями. Различия в основном были связаны с вариациями координат точки  $O_2$  относительно точки  $O_1$ , которую мы приняли за начало отсчёта. Вариации длин были связаны с необходимостью компенсировать различия в координатах  $O_2$ . Таким образом, существует целое семейство параметров, отвечающих оптимальной функции приспособленности (10). Введение дополнительных критериев отбора для траектории может выделить из этого множества более узкое подмножество.

В целом проведённое исследование позволило нам найти параметры конечности робота, которые позволяют роботу двигаться без видимых вертикальных колебаний корпуса. Такое движение энергетически более выгодно. Найденная нами в процессе эволюции траектория движения стока превосходит по качеству траекторию, которую демонстрируют конечности «кинетических скульптур» Тео Янсена в приложении к роботу с четырьмя конечностями.

Во время экспериментов мы заметили, что фаза  $\alpha$  сильно влияет на траекторию. Малые изменения фазы приводят к большим искажениям траектории стока. Часть траекторий была неприемлема по критерию (10), однако эти траектории могут быть полезны для движения в других условиях. С инженерной точки зрения управление фазой может оказаться удобнее, чем другими параметрами конечности (положение опорных шарниров, длины стержней), для адаптации конечности к условиям движения [29].

Найденные нами параметры удовлетворяли нашим требованиям и были применены для построения действующей модели шагающего робота с плавным ходом центра масс.

## 5 Заключение

В статье построена модель расчёта кинематики шарнирной конструкции на основе метода Ньютона. Описывались шаги по составлению системы нелинейных уравнений, описывающих кинематику произвольных шарнирных конструкций. Составленная система решалась последовательным применением метода Ньютона к группам уравнений. Описанная модель применена для расчёта кинематики конечности робота. Конечность представляет собой шарнирную конструкцию Тео Янсена.

В третьей части статьи описанный алгоритм расчёта кинематики был применён для подбора параметров конечности обеспечивающих прямолинейность движения центра масс робота с четырьмя конечностями. Черновой подбор параметров осуществлялся эмпирическим путём с использованием численного моделирования.

Эмпирически подобранные параметры использовались в качестве исходной точкой для эволюционного алгоритма. Построен генетический алгоритм, который позволил улучшить параметры конечности робота и обеспечить прямолинейное движение центра масс робота. Построена функция приспособленности генетического алгоритма, которая применена для поиска прямолинейной траектории центра масс двух конечностей и обеспечения быстрой смены опорной конечности в крайних точках шагового цикла. Найденная методом генетического отбора траектория гарантирует прямолинейное движение корпуса робота с четырьмя конечностями.

В заключение отметим, что дальнейшей работе планируется построить динамическую модель конечности с учётом трения в шарнирах и инерционных характеристик звеньев и исследовать энергетические затраты на движение и пути их минимизации. Так же планируется применить возможность регулировки фазы между истоками для адаптации шага робота к условиям движения.

## Список литературы

- [1] *Spagna J.C., Goldman D.I., Lin P-C, Koditschek and Full R.J.* Distributed mechanical feedback in arthropods and robots simplifies control of rapid running on challenging terrain // *Bioinspiration & biomimetics*. - 2007. - Vol.2, no.1. - P.9-18.
- [2] *Collins S., Ruina A., Tedrake R. and Wisse M.* Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers // *Science*. - 2005. - Vol.307, no.5712. - P.1082-1085.
- [3] *Горбцов А.С.* Программный комплекс расчета динамики и кинематики машин как систем твердых и упругих тел // *Справочник. Инженерный журнал с приложением*. - 2004. - №9(90). - С.40-43.

- [4] *Moldovan F. and Dolga V.* Analysis of Jansen walking mechanism using CAD // Solid State Phenomena. Robotics and Automation Systems. - 2010. - Vol.166. - P.297-302.
- [5] *Moldovan F., Dolga V., Ciontos O. and Pop C.* Cad design and analytical model of a twelve bar walking mechanism // University "Politehnica" of Bucharest Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering. - 2011. - Vol.73, no.2. - P.35-48.
- [6] *Павловский В.Е.* О разработках шагающих машин // Препринты Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. - 2013. - №101. - С.101-32.
- [7] *Akzhalova A., Inoue A. and Mukharsky D.* Intelligent Mobile Agents for Disaster Response: survivor search and simple communication support // Proceedings of International Symposium on Artificial Life and Robotics AROB 19th. - 2014. - P.254-259.
- [8] *Todd D.J.* Walking machines: an introduction to legged robots // Springer Science & Business Media, 2013. - P.189.
- [9] *Gorinevsky D.M. and Shneider A.Yu.* Force control in locomotion of legged vehicles over rigid and soft surfaces // Int. J. Robot. Res. - 1990. - Vol.9, no.2. - P.4-23.
- [10] *Чернышев В.В.* Опыт использования шагающей машины для ликвидации аварийного разлива нефти // Безопасность жизнедеятельности. - 2003. - № 5. - С.28-30.
- [11] *Chernyshev V.V. and Gavrilov A.E.* Traction properties of walking machines on underwater soils with a low bearing ability // In Minerals of the Ocean-7 & Deep-Sea Minerals and Mining-4: abstracts of Int. Conf. - 2014. - P.21.
- [12] *Yoo S.Y., Jun B.H. and Shim H.* Design of static gait algorithm for hexapod subsea walking robot: Crabster // Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers. - 2014. - Vol.38, no.9. - P.989-997.
- [13] *Jun B.H., Shim H., Kim B., Park J.Y., Baek H., Yoo S. and Lee P.M.* Development of seabed walking robot CR200 // In 2013 MTS/IEEE OCEANS-Bergen. - 2013. - P.1-5.
- [14] *Shim H., Yoo S.Y., Kang H. and Jun B.H.* Development of arm and leg for seabed walking robot CRABSTER200 // Ocean Engineering. - 2016. - Vol.116. - P.55-67.
- [15] *Digney B.L. and Penzes S.* High utility robotics in urban combat operations // CLAWAR-Catilian Italy. - 2003.
- [16] *Шаныгин С.В.* Роботы, как средство механизации сельского хозяйства // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. - 2013. - №3. - С.39-42.
- [17] *Briskin E.S., Shurygin V.A., Chernyshev V.V., Maloletov A.V., Sharonov N.G., Kalinin Ya V., Leonard A.V., Serov V.A., Mironenko K.B. and Ustinov S.A.* Problems of increasing efficiency and experience of walking machines elaborating // In Advances on Theory and Practice of Robots and Manipulators. Springer. - 2014. - P.383-390.
- [18] *Silva M.F., Machado J.T. and Lopes A.M.* Energy analysis of multi-legged locomotion systems // In Proc. CLAWAR'2001-4th International Symposium on Climbing and Walking Robots. - 2001 - P.143-150.
- [19] *Nolfi S., Floreano D. and Floreano D.D.* Evolutionary robotics: The biology, intelligence, and technology of self-organizing machines // MIT press, 2000. - P.320.
- [20] *Weng J.* Developmental robotics: Theory and experiments // International Journal of Humanoid Robotics. - 2004. - Vol.1, no.02. - P.199-236.
- [21] *Bongard J.* Morphological change in machines accelerates the evolution of robust behavior // Proceedings of the National Academy of Sciences. - 2011. - Vol.108, no.4. - P.1234-1239.
- [22] *Bongard J.C.* Morphological and environmental scaffolding synergize when evolving robot controllers: artificial life/robotics/evolvable hardware // In Proceedings of the 13th annual conference on Genetic and evolutionary computation. - 2011. - P.179-186.
- [23] *Bongard J.* Behavior Chaining-Incremental Behavior Integration for Evolutionary Robotics // In ALIFE. - 2008. - P.64-71.
- [24] *Jansen T.* Strandbeest [Электрон. ресурс]. - 2018. - URL: <https://www.strandbeest.com> (дата обращения: 20.02.2019г.)
- [25] *Wang C.Y. and Hou J.H.* Analysis and Applications of Theo Jansen's Linkage Mechanism-Theo Jansen's Linkage Mechanism on Kinetic Architecture [Электрон. ресурс]. - 2018. - URL: [http://papers.cumincad.org/data/works/att/caadria2018\\_140.pdf](http://papers.cumincad.org/data/works/att/caadria2018_140.pdf) (дата обращения: 20.02.2019г.)
- [26] *Mitchell M.* An introduction to genetic algorithms // MIT press, 1998. - P.203.

- [27] *Haupt R.L. and Haupt S.E.* Practical genetic algorithms // John Wiley & Sons, 2004. - P.251.
- [28] *Bächer M., Coros S. and Thomaszewski B.* LinkEdit: interactive linkage editing using symbolic kinematics // ACM Transactions on Graphics (TOG). - 2015 - Vol.34, no.4. - P.99.
- [29] *Komoda K. and Wagatsuma H.* A proposal of the extended mechanism for Theo Jansen linkage to modify the walking elliptic orbit and a study of cyclic base function // In Proceedings of the 7th Annual Dynamic Walking Conference (DWC'12). - 2012.

## References

- [1] *Spagna, Joseph C., Daniel I. Goldman, Pei-Chun Lin, Daniel E. Koditschek, and Robert J. Full.* "Distributed mechanical feedback in arthropods and robots simplifies control of rapid running on challenging terrain.", *Bioinspiration and biomimetics* 2(1) (2007): 9-18.
- [2] *Collins S., Ruina A., Tedrake R. and Wisse M.* "Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers", *Science* 307(5712) (2005): 1082-1085.
- [3] *Gorobchev A.S.* "Programmnyiy kompleks rascheta dinamiki i kinematiki mashin kak sistem tverdyih i uprugih tel [The program complex of calculation of dynamics and kinematics of machines as systems of firm and elastic bodies]", *Directory. Engineering Journal with Application* 9(90) (2004): 40-43.
- [4] *Moldovan F. and Dolga V.* "Analysis of Jansen walking mechanism using CAD", *Solid State Phenomena. Robotics and Automation Systems* 166 (2010): 297-302.
- [5] *Moldovan F., Dolga V., Ciontos O. and Pop C.* "Cad design and analytical model of a twelve bar walking mechanism", *University "Politehnica" of Bucharest Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering* 73(2) (2011): 35-48.
- [6] *Pavlovskiy V.E.* "O razrabotkakh shagayuschih mashin [About the developments of walking machines]", *Preprints of the Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS* 101 (2013): 101-32.
- [7] *Akzhalova A., Inoue A. and Mukharsky D.* "Intelligent Mobile Agents for Disaster Response: survivor search and simple communication support", *Proceedings of International Symposium on Artificial Life and Robotics AROB 19th* (2014): 254-259.
- [8] *Todd D.J.* "Walking machines: an introduction to legged robots", *Springer Science and Business Media, 2013*, 189.
- [9] *Gorinevsky D.M. and Shneider A.Yu.* "Force control in locomotion of legged vehicles over rigid and soft surfaces", *Int. J. Robot. Res.* 9(2) (1990): 4-23.
- [10] *Chernyshev V.V.* "Opyit ispolzovaniya shagayuschey mashiny dlya likvidatsii avariynogo razliva nefi [Experience in using a stepping machine to eliminate accidental oil spills]", *Life Safety* 5 (2003): 28-30.
- [11] *Chernyshev V.V. and Gavrilov A.E.* "Traction properties of walking machines on underwater soils with a low bearing ability", *In Minerals of the Ocean-7 and Deep-Sea Minerals and Mining-4: abstracts of Int. Conf* (2014): 21.
- [12] *Yoo S.Y., Jun B.H. and Shim H.* "Design of static gait algorithm for hexapod subsea walking robot: Crabster", *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers* 38(9) (2014): 989-997.
- [13] *Jun B.H., Shim H., Kim B., Park J.Y., Baek H., Yoo S. and Lee P.M.* "Development of seabed walking robot CR200", *In 2013 MTS/IEEE OCEANS-Bergen* (2013): 1-5.
- [14] *Shim H., Yoo S.Y., Kang H. and Jun B.H.* "Development of arm and leg for seabed walking robot CRABSTER200", *Ocean Engineering* 116 (2016): 55-67.
- [15] *Digney B.L. and Penzes S.* "High utility robotics in urban combat operations", *CLAWAR-Catilian Italy, 2003*.
- [16] *Shanyigin S.V.* "Robotyi, kak sredstvo mehanizatsii selskogo hozyaystva [Robots as a means of mechanization of agriculture]", *News of higher educational institutions. Engineering* 3 (2013): 39-42.
- [17] *Briskin E.S., Shurygin V.A., Chernyshev V.V., Maloletov A.V., Sharonov N.G., Kalinin Ya V., Leonard A.V., Serov V.A., Mironenko K.B. and Ustinov S.A.* "Problems of increasing efficiency and experience of walking machines elaborating", *In Advances on Theory and Practice of Robots and Manipulators. Springer* (2014): 383-390.
- [18] *Silva M.F., Machado J.T. and Lopes A.M.* "Energy analysis of multi-legged locomotion systems", *In Proc. CLAWAR'2001-4th International Symposium on Climbing and Walking Robots* (2001): 143-150.

- 
- [19] *Nolfi S., Floreano D. and Floreano D.D.* "Evolutionary robotics: The biology, intelligence, and technology of self-organizing machines", *MIT press, 2000*, 320.
- [20] *Weng J.* "Developmental robotics: Theory and experiments", *International Journal of Humanoid Robotics* 1(02) (2004): 199-236.
- [21] *Bongard J.* "Morphological change in machines accelerates the evolution of robust behavior", *Proceedings of the National Academy of Sciences* 108(4) (2011): 1234-1239.
- [22] *Bongard J.C.* "Morphological and environmental scaffolding synergize when evolving robot controllers: artificial life/robotics/evolvable hardware", *In Proceedings of the 13th annual conference on Genetic and evolutionary computation* (2011): 179-186.
- [23] *Bongard J.* "Behavior Chaining-Incremental Behavior Integration for Evolutionary Robotics", *In ALIFE* (2008): 64-71.
- [24] *Jansen T.* "Strandbeest," Accessed February 20, 2019, <https://www.strandbeest.com>.
- [25] *Wang C.Y. and Hou J.H.* "Analysis and Applications of Theo Jansen's Linkage Mechanism-Theo Jansen's Linkage Mechanism on Kinetic Architecture 2018. - Accessed February 20, 2019, [http://papers.cumincad.org/data/works/att/caadria2018\\_140.pdf](http://papers.cumincad.org/data/works/att/caadria2018_140.pdf).
- [26] *Mitchell M.* "An introduction to genetic algorithms", *MIT press, 1998*, 203.
- [27] *Haupt R.L. and Haupt S.E.* "Practical genetic algorithms", *John Wiley and Sons, 2004*, 251.
- [28] *Bächer M., Coros S. and Thomaszewski B.* "LinkEdit: interactive linkage editing using symbolic kinematics", *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 34(4) (2015): 99.
- [29] *Komoda K. and Wagatsuma H.* "A proposal of the extended mechanism for Theo Jansen linkage to modify the walking elliptic orbit and a study of cyclic base function", *In Proceedings of the 7th Annual Dynamic Walking Conference (DWC'12)* (2012).