

МРНТИ 30.17.23; 30.17.35

DOI: <https://doi.org/10.26577/JMMCS.2020.v108.i4.10>**У.К. Жапбасбаев<sup>1</sup>** , **Д.Ж. Босинов<sup>1,2,\*</sup>** <sup>1</sup>Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, г. Алматы, Казахстан<sup>2</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан\*e-mail: [bossinov.daniyar@gmail.com](mailto:bossinov.daniyar@gmail.com)

## НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ПАРАФИНИСТОЙ НЕФТИ В ТРУБОПРОВОДЕ

В данной статье исследовано неизотермическое движение парафинистой нефти в трубопроводе с переходом ньютоновской жидкости в вязкопластическое состояние. Реологические свойства парафинистой нефти (вязкость, предельное напряжение сдвига) в высокой степени зависят от температуры. При горячей перекачке парафинистой нефти по трубопроводам происходит неизотермическое движение с теплообменом с окружающей средой. Это приводит к снижению температуры парафинистой нефти, увеличению вязкости, появлению предельного напряжения сдвига, кристаллизации парафина и осаждению твердых фракций на внутренней стенке трубопровода. Отложение твердых фракций нефти уменьшает проходное сечение трубопровода, приводит к появлению "застойной зоны" с тепловой изоляцией в пристенной области. Структура нефти изменяется - ньютоновское свойство при высоких температурах переходит в неньютоновское состояние. Одномерное моделирование неизотермического движения парафинистой нефти в трубопроводе путем традиционного усреднения температуры и скорости по сечению трубы не позволяет объяснить физику явления перестройки потока. Поэтому в данной работе построена двумерная модель движения и теплообмена парафинистой нефти. Расчетные данные показывают переход ньютоновской жидкости в вязкопластическое состояние из-за теплообмена парафинистой нефти с окружающей средой. Полученные результаты создают основу для моделирования течений аномальных жидкостей с тепломассообменом и фазовым переходом. Содержание статьи будет полезным для широкого круга исследователей, занимающихся в области гидродинамики и тепломассообмена.

**Ключевые слова:** парафинистая нефть, неизотермическое движение, переход ньютоновской жидкости в вязкопластическое состояние.

У.К. Жапбасбаев<sup>1</sup>, Д.Ж. Босинов<sup>1,2,\*</sup><sup>1</sup>Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы қ., Қазақстан<sup>2</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан\*e-mail: [bossinov.daniyar@gmail.com](mailto:bossinov.daniyar@gmail.com)

### Құбыр желісіндегі парафинді мұнайдың изотермиялық емес қозғалысы

Бұл мақалада құбыр желісіндегі парафинді мұнайдың изотермиялық емес қозғалысы ньютондық сұйықтық жағдайынан созылмалы тұтқыр сұйықтық жағдайына ауысуы зерттелінді. Парафинді мұнайдың реологиялық қасиеттері (тұтқырлық, шектік ығысу кернеуі) температураға жоғары дәрежеде тәуелді. Парафинді мұнайды құбыр желілері бойымен ыстық айдау кезінде қоршаған ортамен жылу алмасу есебінен изотермиялық емес қозғалыс орын алады. Бұл парафинді мұнайдың температурасының төмендеуіне, тұтқырлықтың жоғарылауына, шектік ығысу кернеуінің пайда болуына, парафиннің кристалдануына және қатты бөлшектердің құбырдың ішкі қабырғасына тұнуына әкеледі. Мұнайдың қатты бөлшектерінің жиналуы құбырдың көлденең қимасын азайтады, қабырға бойында жылу оқшаулығы бар "тоқырау аймағының" пайда болуына әкеледі. Мұнай құрылымы өзгереді - ньютондық қасиет жоғары температурада ньютондық емес күйге ауысады. Құбырдағы парафинді мұнайдың изотермиялық емес қозғалысын температура мен жылдамдықты дәстүрлі түрде құбыр қимасы арқылы орташаалап бір өлшемді түрде модельдеу ағынның қайта құ-

рылу құбылысының физикасын түсіндіруге мүмкіндік бермейді. Сондықтан да бұл жұмыста парафинді мұнай қозғалысы мен жылу алмасуының екі өлшемді моделі салынды. Есептеу деректері парафинді мұнайдың қоршаған ортамен жылу алмасуына байланысты ньютон сұйықтығының тұтқыр пластикалық күйге ауысуын көрсетеді. Алынған нәтижелер жылу-масса алмасуы және фазалық ауысуы бар аномальды сұйықтың ағындарын модельдеуге негіз болады. Мақаланың мазмұны гидродинамика және жылу-масса алмасу саласындағы көптеген зерттеушілерге пайдалы болады.

**Түйін сөздер:** парафинді мұнай, изотермиялық емес қозғалыс, ньютондық сұйықтықтың созылмалы тұтқыр сұйықтық жағдайына ауысуы.

U.K. Zhabasbaev<sup>1</sup>, D.Zh. Bossinov<sup>1,2,\*</sup>

<sup>1</sup>K.I. Satbayev Kazakh National Research Technical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

\*e-mail: bossinov.daniyar@gmail.com

### **Non-isothermal paraffin oil flow in the pipeline**

In this article, Non-isothermal paraffin oil flow in the pipeline with Newtonian fluid transition to viscoplastic state is investigated. Rheological properties of paraffin oil (viscosity, ultimate shear stress) are highly dependent on temperature. During hot pumping of paraffin oil through pipelines, non-isothermal flow occurs due to heat transfer to the environment. This leads to a decrease in flow temperature, an increase in viscosity, ultimate shear stress appearance, wax crystallization and solid particles deposition on the pipeline inner wall. Oil solid particles deposition reduces pipeline flow area, leads to the appearance of a "stagnant zone" with thermal insulation in the near-wall region. Oil structure changes - Newtonian property at high temperatures transits to non-Newtonian state. One-dimensional modeling of non-isothermal paraffin oil flow in the pipeline by traditional averaging of temperature and velocity over the pipe cross section does not allow explaining physics phenomenon. Therefore, in this work, a two-dimensional model of motion and heat transfer of paraffin oil is constructed. Calculated data show Newtonian fluid transition to viscoplastic state due to the heat exchange of paraffin oil with the environment. Obtained results form the basis for modeling anomalous fluid flows with heat and mass transfer and phase transition. Article content will be useful for a wide range of researchers involved in the field of hydrodynamics and heat and mass transfer.

**Key words:** paraffin oil, non-isothermal flow, Newtonian fluid flow transition to viscoplastic state.

## **1 Введение**

Высоковязкие и высокозастывающие (парафинистые) нефти месторождений Жетыбай, Узень и Кумколь занимают значительную долю в объеме транспортировки магистральных нефтепроводов Казахстана.

Серьезные трудности при перекачке парафинистой нефти связаны с существенной зависимостью вязкости и предельного напряжения сдвига от температуры. При снижении температуры возможно застывание нефти в трубопроводе, приводящее к полной остановке перекачки и значительным затратам на ее возобновление [1–4].

Парафинистая нефть при высоких температурах подчиняется законам ньютоновской жидкости, понижение температуры приводит к возникновению вязкопластичного свойства неньютоновской жидкости [5, 6].

В неизотермическом нефтепроводе изменения температуры из-за теплообмена потока с окружающей средой приводят к переходу движения нефти из ньютоновского в вязкопластичное состояние.

## 2 Обзор литературы

Характерной особенностью парафинистых нефтей казахстанских месторождений являются высокая вязкость из-за содержания асфальтенов и смол, повышенное напряжение сдвига [7,8]. Нефть может иметь высокую температуру застывания (температуру потери текучести) в диапазоне от 12 до 30°C в зависимости от количества содержания парафина в его составе [9,10]. В холодный (зимний и весенне-осенний) период эксплуатации нефтепровода температура нефти в трубе может значительно отличаться от температуры окружающей среды. Теплообмен нефти с окружающей средой приводит к снижению температуры, росту вязкости и предельного напряжения сдвига. Это в значительной степени проявляется в пристенной области и приводит к возникновению застойной зоны и уменьшению рабочего сечения трубопровода [11].

В результате перекачка нефти по трубопроводу большого диаметра переходит в перекачку по трубопроводу с меньшим диаметром с застойной зоной. Увеличение средней скорости потока из-за застойной зоны не позволяют остыть порции жидкости, и гидравлическое сопротивление данного участка трубопровода становится меньше, чем должно быть по классической теории [11].

Одномерное моделирование режимов работы нефтепровода путем традиционного усреднения температуры и скорости по сечению трубы не дает возможности объяснить появление застойной зоны [12].

Как видно из обзора, указанные выше факты показывают сложность неизотермического движения парафинистой нефти в трубопроводе.

## 3 Материал и методы

В данной работе исследуется ламинарный режим течения парафинистой нефти в трубопроводе. Моделирование движения и теплообмена основывается на законах сохранения массы, импульса и энергии. Замыкающими условиями математической модели являются зависимости вязкости, предельного напряжения, теплоемкости, теплопроводности и плотности от температуры [7,10].

### 3.1 Реологические и физико-химические свойства

Сложные реологические свойства парафинистой нефти определяются резким ростом вязкости и предельного напряжения сдвига с уменьшением ее температуры. В начальном участке движения в трубе парафинистая нефть с высокой температурой является ньютоновской жидкостью. В результате теплообмена с окружающей средой и снижением температуры возрастает вязкость и предельное напряжение сдвига, что приводит к проявлению неньютоновского (вязкопластичного) состояния парафинистой нефти.

В вязкопластичном состоянии парафинистой нефти эффективную молекулярную вязкость  $\mu$  можно описать моделью бингамовской жидкости [5]:

$$\mu = \mu_p + \tau_0 \cdot \Pi^{-1}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – эффективная молекулярная вязкость,  $\mu_p$  – пластическая вязкость,  $\tau_0$  – предельное напряжение сдвига,  $\Pi = \sqrt{2S_{ij} \cdot S_{ij}}$ ,  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ .

Формулу Бингама-Шведова для стационарного течения вязкопластических сред в трубе можно получить с помощью (1) в виде [12]:

$$\tau_{zr} = -\tau_0 + \mu_p \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где  $u$  – продольная скорость,  $r$  – радиальная координата, отсчитываемая от оси трубы.

Снижение температуры может вызвать кристаллизацию парафина и выделение тепла фазового перехода. Учет общего количества скрытого тепла  $I$  может быть определен методом кажущейся теплоемкости [13, 14]. По этому методу кажущаяся теплоемкость парафинистой нефти в зоне кристаллизации находится по формуле:

$$c_p = \frac{\int_{t_s}^{t_l} c_l(t) dt + \varepsilon I}{t_l - t_s}, \quad (3)$$

где  $t_l$ ,  $t_s$  – начальное и конечное значение температуры образования парафина в потоке нефти,  $\varepsilon$  – содержание парафина в составе нефти,  $I$  – удельная энтальпия фазового перехода парафина. В расчетах были приняты  $I = 9.8$  ккал/кг,  $\varepsilon = 0.15$ ,  $t_l = 32^\circ C$ ,  $t_s = 12^\circ C$ .

Опытные данные теплоемкости нефти описываются формулой Кrego [7]:

$$c_l(t) = (53357 + 107.2 \cdot t) / \sqrt{\rho_{20}}, \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ C), \quad (4)$$

где  $\rho_{20}$  – плотность нефти при температуре  $20^\circ C$ .

Подставляя  $c_l(t)$  в интеграл (3), нетрудно найти кажущуюся теплоемкость нефти в зоне кристаллизации парафина.

Зависимости плотности и теплопроводности нефти от температуры выражаются стандартными формулами [7]:

$$\lambda = 5.057 \cdot (1 - 0.00054 \cdot t) / \sqrt{\rho_{20}}, \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ C), \quad (5)$$

$$\rho(t) = \rho_{20}[1 + \zeta \cdot (20 - t)], \text{ кг}/\text{м}^3, \quad (6)$$

где  $\zeta = 0.000738$ ,  $1/^\circ C$  – коэффициент объемного расширения нефти.

Для парафинистой нефти важное значение имеют зависимости динамической вязкости  $\mu_p(t)$  и предельного напряжения сдвига  $\tau_0(t)$  от температуры. Эмпирические зависимости  $\mu_p(t)$  и  $\tau_0(t)$  получены путем обработки опытных данных с использованием регрессионной модели [10]:

$$\mu_p(t) = 0.3585 \cdot \exp(-0.1792 \cdot t), \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad (7)$$

$$\tau_0 = 589.56 \cdot \exp(-0.567 \cdot t), \text{ Па}. \quad (8)$$

Как видно из рисунка 1, зависимости динамической вязкости  $\mu_p(t)$  и предельного напряжения сдвига  $\tau_0(t)$ , начиная со значения температуры  $20^\circ C$ , резко возрастают. Причем значение предельного напряжения сдвига до температуры  $20^\circ C$  равно нулю, т.е. вязкопластичное состояние нефти наступает при температуре  $20^\circ C$ .

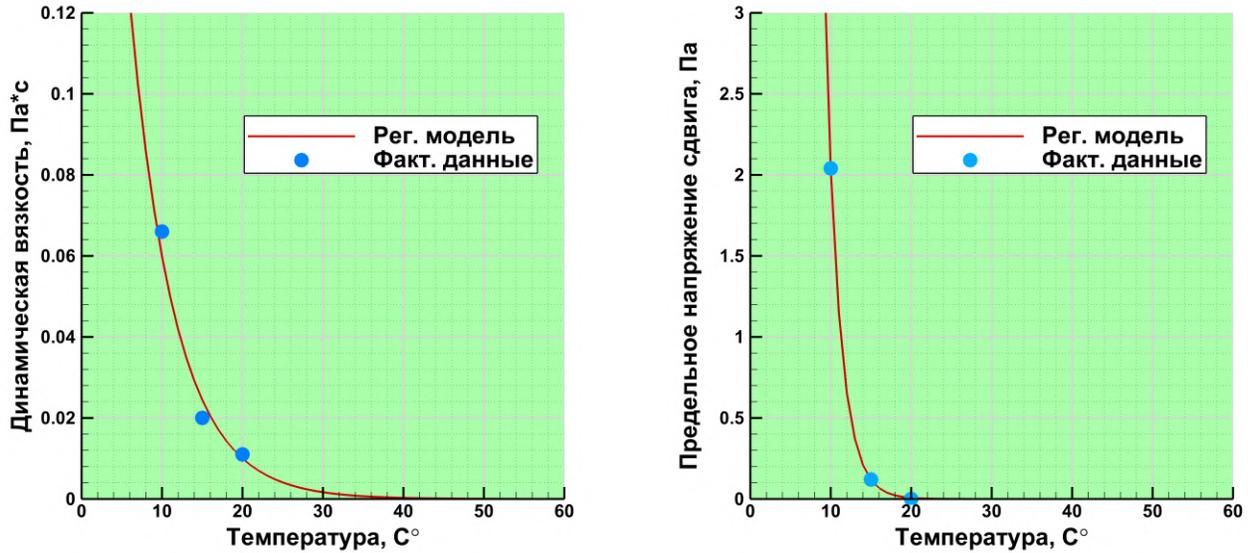


Рисунок 1 – Зависимости динамической вязкости  $\mu_p(t)$  и предельного напряжения сдвига  $\tau_0(t)$  от температуры

### 3.2 Постановка задачи

Неизотермический поток парафинистой нефти течет в подземном трубопроводе с внутренним диаметром  $D_1$ , длиной  $L$ , глубиной заложения до оси  $H$ , скоростью  $U_o$  и начальной температурой  $t_0$ . Длина трубопровода  $L$  – намного больше его диаметра  $D_1$ , а температура окружающей среды  $t_w$  – гораздо меньше начальной температуры нефти  $t_0$ . Теплообмен неизотермического потока с окружающей средой приводит к охлаждению парафинистой нефти. Нефть, являющаяся ньютоновской жидкостью в начале, начинает остывать, что приводит к изменению реологических и физико-химических свойств.

Течение считается ламинарным. Будем считать, что кондуктивный перенос тепла по радиусу трубопровода намного превосходит его величину по длине из-за теплообмена с окружающей средой. Поэтому можно пренебречь кондуктивным переносом тепла по длине трубопровода. Тогда систему уравнений движения и теплообмена двумерной модели [15] в стационарном режиме можно записать с учетом (2) и (3) в виде:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial z} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_p \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_0), \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho r v}{\partial r} = 0, \quad (10)$$

$$\rho c_p u \frac{\partial t}{\partial z} + \rho c_p v \frac{\partial t}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \mu_p \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2. \quad (11)$$

В уравнениях (9)-(11) приняты следующие обозначения:  $z, r$  – осевая и радиальная координаты;  $u, v$  – компоненты вектора скорости;  $p, \rho, t, \tau_0, \mu_p, \lambda, c_p$  – давление, плотность, температура, предельное напряжение сдвига, динамическая вязкость, коэффициент теплопроводности, теплоемкость.

температура, предельное напряжение сдвига, коэффициент динамической вязкости, коэффициенты теплопроводности и кажущейся теплоемкости, соответственно.

Градиент давления находится из условия сохранения массового расхода [15]:

$$\int_0^{R_1} \rho u r dr = \rho_0 U_0 R_1^2 / 2, \quad (12)$$

где  $R_1$  – внутренний радиус трубопровода.

Компоненты скорости и температура принимаются постоянными на входе трубопровода:

$$\text{при } z = 0 : u = U_0, v = 0, t = t_0 \quad (13)$$

Для скорости на оси трубопровода ставится условие симметричности, а на стенке – условие прилипания:

$$\text{при } z > 0, r = 0 : \frac{\partial u}{\partial r} = 0, r = R_1 : u = v = 0. \quad (14)$$

Для температуры на оси трубопровода ставится условие симметричности, а на стенке – условие теплопередачи окружающей средой:

$$\text{при } z > 0, r = 0 : \frac{\partial t}{\partial r} = 0; r = R_1 : -\lambda \frac{\partial t}{\partial r} = k \cdot (t - t_w). \quad (15)$$

Величина коэффициента теплопередачи  $k$  определяется по формуле [7]:

$$\frac{1}{kD_1} = \frac{1}{\alpha_1 D_1} + \sum_{i=1} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{D_{i+1}}{D_i} + \frac{1}{\alpha_2 D_2}. \quad (16)$$

Здесь  $k$  – коэффициент теплопередачи нефти в окружающую среду;  $\alpha_1, \alpha_2$  – внутренний и внешний коэффициенты теплообмена;  $D_2$  – наружный диаметр трубопровода;  $D_i$  – наружные диаметры слоев изоляции;  $\lambda_i$  – коэффициенты теплопроводности металла и слоев изоляционного покрытия.

В ламинарном режиме внутренний коэффициент теплообмена  $\alpha_1$  равен [7]:

$$\alpha_1 = 3.65 \cdot \lambda / D_1. \quad (17)$$

Внешний коэффициент теплоотдачи  $\alpha_2$  определяется по формуле Форхгеймера-Власова [7]:

$$\alpha_2 = \frac{2\lambda_w}{D_2 \ln \left[ \frac{2H}{D_2} + \sqrt{\left( \frac{2H}{D_2} \right)^2 - 1} \right]}. \quad (18)$$

где  $\lambda_w$  – коэффициент теплопроводности грунта,  $H$  – глубина заложения трубопровода.

Система уравнений (9)-(12) при граничных условиях (13)-(18) решается численным методом [15]. Расчетная область разбивается на элементарные ячейки со сторонами  $\Delta z_i, \Delta r_j$ . Разностные аналоги уравнений движения (9) и энергии (11) получены по схеме Кранка-Никольсона, а разностный аналог уравнения (10) – двухслойной схемой второго порядка точности. Градиент давления определяется методом расщепления из условия сохранения массового расхода (12).

### 4 Результаты и обсуждение

Расчеты проводились в модельном трубопроводе, имеющем длину  $L = 45\text{м}$ , внутренний диаметр  $D_1 = 0.04\text{м}$ , глубина заложения трубопровода  $H = 2.0\text{м}$ , температура нефти на входе  $t_0 = 25^\circ\text{C}$ , температура окружающего грунта  $t_w = 0^\circ\text{C}$ , плотность нефти на входе  $\rho_0 = 835\text{кг/м}^3$ , скорость нефти на входе  $U_0 = 0.05\text{м/с}$ . Реологические и теплофизические свойства парафинистой нефти выражаются эмпирическими зависимостями (4)-(8). Число Рейнольдса на входе равно  $Re = 411$ , а число Прандтля –  $Pr = 42$ .

На входе трубопровода профили скорости и температуры считаются постоянными, равными начальным значениям. По мере движения нефти происходит теплопередача окружающей среде, поэтому температура и скорость потока будет изменяться, как по сечению, так и по длине трубопровода.

На рисунках 2 - 5 показаны распределения продольной компоненты скорости, температуры, динамической вязкости и предельного напряжения сдвига в трубопроводе. Из рисунка 2 видно, что входной профиль продольной компоненты скорости трансформируется, на стенке значение скорости равно нулю и монотонно повышается и достигает максимального значения на оси. По мере движения по длине трубопровода значения продольной скорости в приосевой зоне растут, а в пристенной зоне наоборот снижается.

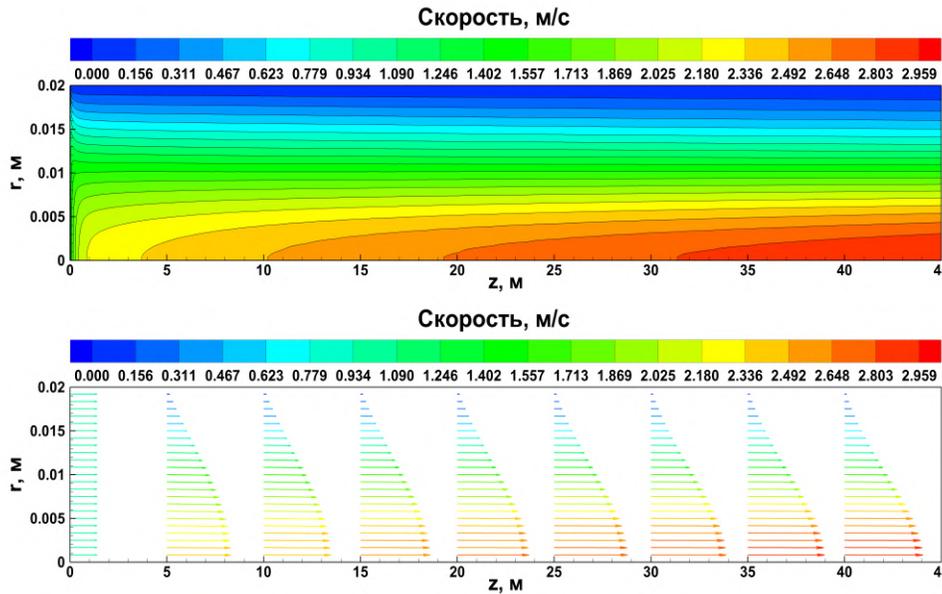


Рисунок 2 – Распределение продольной компоненты скорости в трубопроводе

Это объясняется тем, что, во-первых, массовый расход потока по сечению трубы сохраняется и, во-вторых, из-за снижения температуры в пристенной зоне (см. рис. 3) растут значения коэффициента динамической вязкости  $\mu_p(t)$  (см. рис. 4). Кроме этого, при значении температуры  $t = 20^\circ\text{C}$  в пристенной зоне возникает предельное напряжение сдвига  $\tau_0(t)$  (см. рис. 5), которое также приводит к торможению скорости потока нефти.

Распределение температуры (см. рис. 3) иллюстрирует большую длину начального участка, где имеет место постоянное значение входной температуры  $t_0 = 25^\circ\text{C}$ . Это подтверждается значением числа Пекле, равное  $Pe = 17262$ , так как протяженность начального участка про-

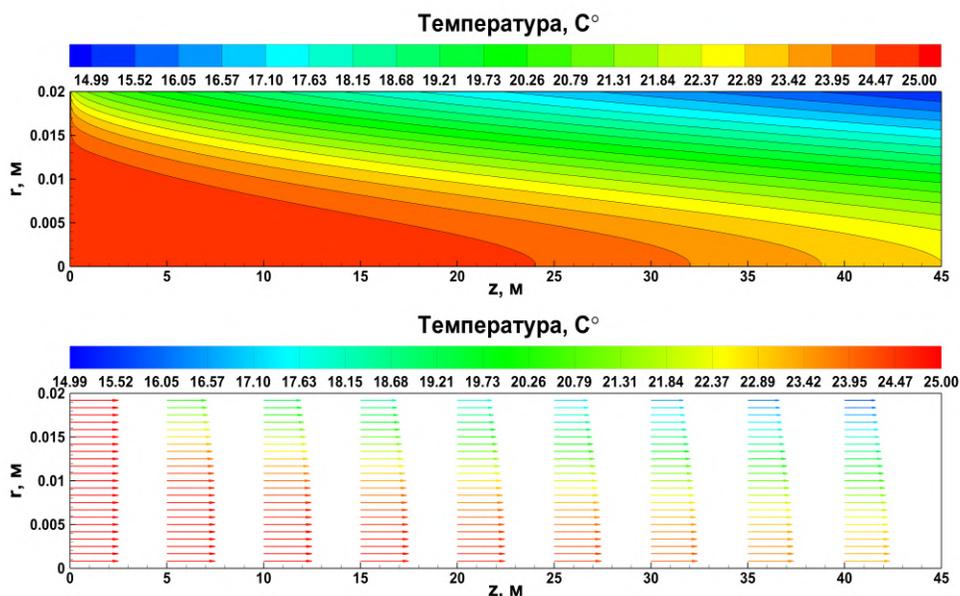


Рисунок 3 – Распределение температуры в трубопроводе

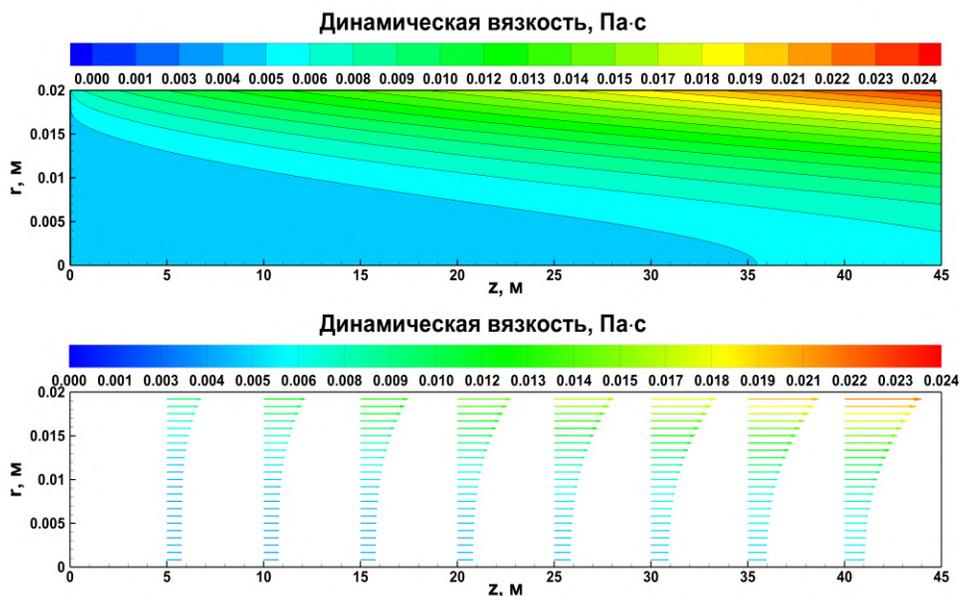


Рисунок 4 – Распределение динамической вязкости в трубопроводе

филя температуры определяется числом Пекле [15].

Теплообмен на стенке снижает температуру в пристенной зоне, приводит к появлению предельного напряжения сдвига и вязкопластичного состояния нефти при температуре  $t = 20^\circ\text{C}$ . Снижение температуры растет по длине и приводит к увеличению толщины зоны динамической вязкости и предельного напряжения сдвига (см. рис. 4, 5).

Распределения температуры, динамической вязкости и предельного напряжения сдвига по длине трубопровода показывают, что по сечению в области температуры  $t > 20^\circ\text{C}$  парафи-

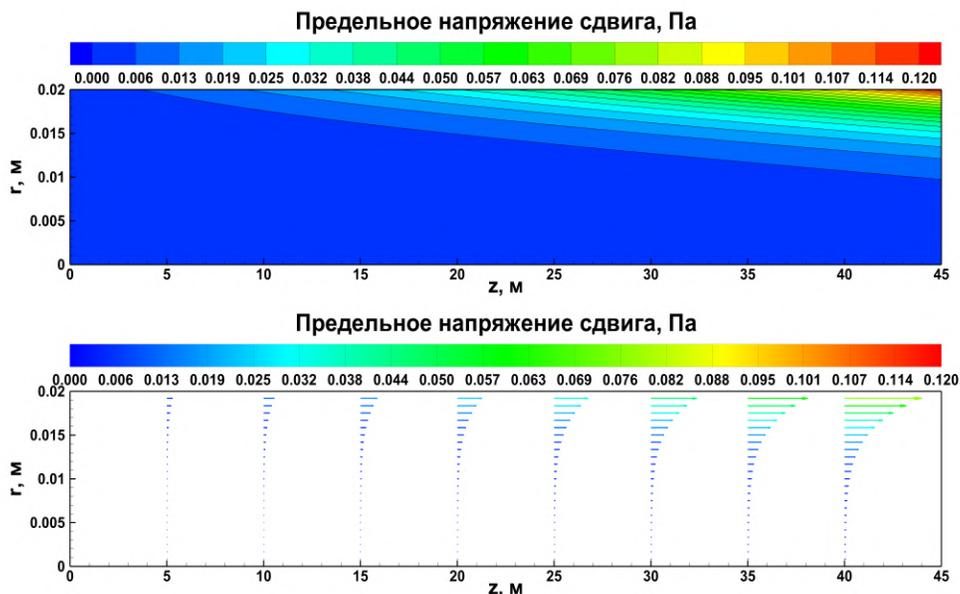


Рисунок 5 – Распределение предельного напряжения сдвига в трубопроводе

нистая нефть обладает свойством ньютоновской жидкости, тогда как в области температуры  $t < 20^{\circ}\text{C}$  – свойством вязкопластичной (неньютоновской) жидкости. Такое свойство неизотермического движения объясняется теплообменом парафинистой нефти в трубопроводе с окружающей средой.

Таким образом, парафинистая нефть с ньютоновским свойством постепенно переходит в вязкопластичное состояние из-за теплообмена между телами с разной температурой в соответствии с представлениями второго закона термодинамики [15].

## 5 Заключение

1. Реологические свойства (вязкость, предельное напряжение сдвига) и теплофизические свойства (плотность, теплопроводность, теплоемкость) парафинистой нефти получены на основе опытных данных и обобщены в виде эмпирических формул с использованием регрессионной модели.

2. Результаты расчетов неизотермического движения в трубопроводе показывают изменение состояния парафинистой нефти. Ньютоновское свойство в начальном участке постепенно переходит в вязкопластичное (неньютоновское) состояние из-за теплообмена нефти с окружающей средой.

3. Распределения скорости, температуры, динамической вязкости и предельного напряжения сдвига установили закономерности неизотермического движения парафинистой нефти и выявили зоны торможения в пристенной области трубопровода.

## 6 Благодарности

Данная работа выполнена за счет средств грантового финансирования Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан научно-исследовательской работы на

тему №АР08855521 "Исследование перехода движения ньютоновской жидкости в вязкопластичное состояние" на 2020-2022 годы.

### Список литературы

- [1] Ahmadpour A., Sadeghy K., Maddah-Sadatieh S.R. The effect of a variable plastic viscosity on the restart problem of pipelines filled with gelled waxy crude oils // *J. Non Newtonian Fluid Mech.* - 2014. - 205. - P. 16-27.
- [2] Li H., Zhang J., Song C., Sun G. The influence of the heating temperature on the yield stress and pour point of waxy crude oils // *J. Petrol. Sci. Eng.* - 2015. - V. 135. - P. 476-483.
- [3] Chala G.T., Sulaiman S.A., Japper-Jaafar A. Flow start-up and transportation of waxy crude oil in pipelines: a review // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics.* - 2018. - V. 251. - P. 69-87.
- [4] Ribeiro F.S., Souza Mendes P.R., Braga S.L. Obstruction of pipelines due to paraffin deposition during the flow of crude oils // *Int. J. Heat Mass Transfer.* - 1997. - V. 40. - P. 4319-4328.
- [5] Sahu K.C. Linear instability in a miscible core-annular flow of a Newtonian and a Bingham fluid // *J. Non Newtonian Fluid Mech.* - 2019. - V. 264. - P. 159-169.
- [6] Aiyejina A., Chakrabarti D.P., Pilgrim A., Sastry M.K.S. Wax formation in oil pipelines: a critical review // *Int. J. Multiphase Flow.* - 2011. - V. 37. - P. 671-694.
- [7] Beisembetov I.K., Bekibayev T.T., Zhabbasbayev U.K. et al. Management of energy-saving modes of oil mixtures transportation by the main oil pipelines. - Almaty: KBTU, 2016. - 215 pp.
- [8] Жумагулов Б.Т., Смагулов Ш.С., Евсеева А.У., Нестеренкова Л.А. Трубопроводный транспорт высоковязких и высокозаствывающих нефтей. - Алматы: Ғылым, 2002. - 287 с.
- [9] Алдыяров Т.К., Махмотов Е.С., Дидух А.Г., Габсаттарова Г.А., Боранбаева Л.Е. Реология нефтей и нефтесмесей (транспортируемых АО "КазТрансОйл"). - қ. Алматы: Дала, 2012. - 254 с.
- [10] Bekibayev T.T., Zhabbasbayev U.K., Ramazanova G.I., Makhmotov E.S., Sayakhov B.K. Management of Oil Transportation by Main Pipelines // *Communications in Computer and Information Science.* - 2019. - V. 8. - P. 44-53.
- [11] Бахтизин Р.Н., Шутов А.А., Штукагуров К.Ю. Моделирование режимов работы трубопроводов с применением комплекса программ NIPAL 3.0. - Нефтегазовое дело, 2004. - 24 с.
- [12] Шутов А.А. Об одном классе течения неньютоновской жидкости // *Сб. науч. трудов.* - Уфа: ИПТЭР, 1994. - 185 с.
- [13] Voller V.R., Swaminathan C.R., Thomas B.G. Fixed grid techniques for phase change problems: a review // *International Journal for Numerical Methods in Engineering.* - 1990. - V. 30, №4. - P. 875-898.
- [14] Hu H., Argyropoulos S.A. Mathematical modelling of solidification and melting: a review // *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering.* - 1996. - V. 4, №4. - P. 371-396.
- [15] Dale Anderson, John C. Tannehill, Richard H. Pletcher. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer.* - CRC Press, 1990.

### References

- [1] Ahmadpour A., Sadeghy K., Maddah-Sadatieh S.R., "The effect of a variable plastic viscosity on the restart problem of pipelines filled with gelled waxy crude oils", *J. Non Newtonian Fluid Mech.* **205**(2014), 16-27.
- [2] Li H., Zhang J., Song C., Sun G., "The influence of the heating temperature on the yield stress and pour point of waxy crude oils", *J. Petrol. Sci. Eng.* **135**(2015), 476-483.
- [3] Chala G.T., Sulaiman S.A., Japper-Jaafar A., "Flow start-up and transportation of waxy crude oil in pipelines: a review", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **251**(2018), 69-87.
- [4] Ribeiro F.S., Souza Mendes P.R., Braga S.L., "Obstruction of pipelines due to paraffin deposition during the flow of crude oils", *Int. J. Heat Mass Transfer* **40**(1997), 4319-4328.
- [5] Sahu K.C., "Linear instability in a miscible core-annular flow of a Newtonian and a Bingham fluid", *J. Non Newtonian Fluid Mech.* **264**(2019), 159-169.

- 
- [6] Aiyejina A., Chakrabarti D.P., Pilgrim A., Sastry M.K.S., "Wax formation in oil pipelines: a critical review" , *Int. J. Multiphase Flow.* **37**(2011), 671-694.
- [7] Beisembetov I.K., Bekibayev T.T., Zhapbasbayev U.K. et al., *Management of energy-saving modes of oil mixtures transportation by the main oil pipelines* (Almaty: KBTU, 2016), 215.
- [8] Zhmagulov B.T., Smagulov SH.S., Evseeva A.U., Nesterenkova L.A., *Truboprovodnyi transport vysokovyazkikh i vysokozastyvayushchikh neftei [Pipeline transportation of highly viscous and highly solidifying oils]* (Almaty: Gylym, 2002), 287 [in Russian].
- [9] Aldyyarov T.K., Makhmotov E.S., Didukh A.G., Gabsattarova G.A., Boranbaeva L.E., *Reologiya neftei i neftesmesi (transportiruemykh AO "KazTransOil") [Rheology of oils and oil mixtures (transported by "KazTransOil" JSC)]* (Almaty: Dala, 2012), 287 [in Russian].
- [10] Bekibayev T.T., Zhapbasbayev U.K., Ramazanova G.I., Makhmotov E.S., Sayakhov B.K., "Management of Oil Transportation by Main Pipelines" , *Communications in Computer and Information Science* **8**(2019), 44-53.
- [11] Bakhtizin R.N., Shutov A.A., Shtukaturov K.YU., *Modelirovanie rezhimov raboty truboprovodov s primeneniem kompleksa programm NIPAL 3.0 [Modeling pipeline operation modes using the NIPAL 3.0 software package]* (Neftegazovoe delo, 2004), 24.
- [12] Shutov A.A., *Ob odnom klasse techeniya nen'yutonovskoi zhidkosti [About one class of non-Newtonian fluid flow]* (Sb. nauch. trudov, Ufa: IPTER, 1994), 185.
- [13] Voller V.R., Swaminathan C.R., Thomas B.G., "Fixed grid techniques for phase change problems: a review" , *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **30**:4(1990), 875-898.
- [14] Hu H., Argyropoulos S.A., "Mathematical modelling of solidification and melting: a review" , *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* **4**:4(1996), 371-396.
- [15] Dale Anderson, John C. Tannehill, Richard H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer* (CRC Press, 1990).